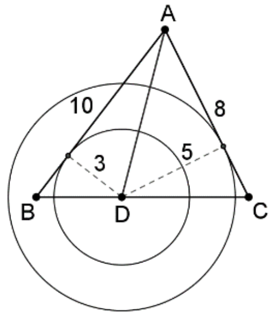
Papmem – janeiro de 2024

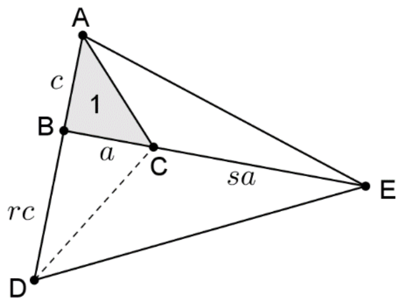
Soluções dos exercícios 01 a 06

01. (C)

$$\frac{DB}{DC} = \frac{(ADB)}{(ADC)} = \frac{10 \cdot 3/2}{8 \cdot 5/2} = \frac{3}{4}$$



02. (E)



$$BD = r \cdot AB \quad \rightarrow \quad (CBD) = r \cdot (CBA) = r \cdot 1 = r$$

$$CE = s \cdot BC \quad \rightarrow \quad (ACE) = s \cdot (ACB) = s \cdot 1 = s$$

$$CE = s \cdot BC \quad \rightarrow \quad (DCE) = s \cdot (DCB) = s \cdot r = rs$$

Assim,

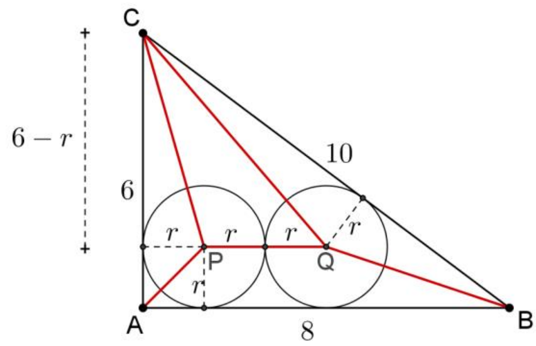
$$(ADE) = 1 + r + s + rs = (1 + r)(1 + s)$$

03. (B)

Sejam P e Q os centros das circunferências como mostra a figura. Como o triângulo ABC é retângulo em A temos $BC = 10$. Seja r o raio das circunferências e, pela construção em vermelho que aparece na figura temos:

$$(PAC) + (QBC) + (ABQP) + (CPQ) = (ABC)$$

$$\frac{6 \cdot r}{2} + \frac{10 \cdot r}{2} + \frac{(8 + 2r) \cdot r}{2} + \frac{2r \cdot (6 - r)}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2}$$



As contas são fáceis e chegamos a $r = 4/3$.

04. (D)

A soma dos números de dois quartos frente a frente é sempre igual a 21, pois o quarto 1 está em frente ao 20, e os números dos quartos do lado ímpar vão aumentando de 2 em 2, enquanto os do lado par vão diminuindo de 2 em 2, logo a soma é sempre a mesma. Por isso, o quarto em frente ao 17 será o de número 21 – 17 = 4.

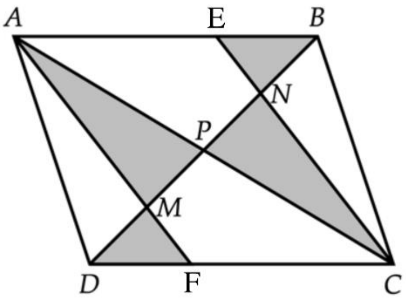
05. (A)

Sendo x o número de pizzas cortadas em 6 fatias e y o número de pizzas cortadas em 8 fatias, o total de fatias, 6x + 8y, deve ser divisível por 9 e, portanto, também deve ser divisível por 3. Como 6x já é divisível por 3, concluímos que 8y deve ser divisível por 3, logo y só pode ser 3, pois deve ser maior que 0 e menor que 5. Como x + y = 5, temos x = 2. Logo o total de pedaços é 12 + 24 = 36, e cada amigo comeu 4 pedaços.

Obs: Mesmo que admitíssemos y = 0 como uma possibilidade, pois 0 é múltiplo de 3, obteríamos x = 5, mas então 6x + 5y não seria múltiplo de 9.

06. (B)

Os pontos D, M, P, N, B dividem a diagonal BD em 4 partes iguais. Logo os oito triângulos com vértices em A e C e bases DM, MP, PN e NB têm mesma área, que equivale à oitava parte da área do paralelogramo, ou seja 24/ 8 = 3.



Como AB e CD são paralelas, os triângulos ENB e CND têm todos os ângulos congruentes, logo são semelhantes. Temos ND = 3 NB, logo a razão de semelhança é 3, o que significa que AB = CD = 3 EB. Assim, o triângulo NBE tem a terça parte da área do triângulo NAB, ou seja, 1. O mesmo vale para o triângulo MDF. A área pedida é, então, igual a 3 + 3 + 1 + 1 = 8.