

Área de um Polígono como Função dos Lados e Ângulos Internos

UFAL

Luis Maza

05 - Novembro - 2023

Resumo

Além da sala de aula, existem diversas situações do cotidiano onde se faz necessário o cálculo de área de regiões planas. Por exemplo, na arquitetura, regularização de imóveis, construção civil, distribuição de terras, indústria textil, marceneiria, etc. Ao longo tempo diversas técnicas e tecnologias tem sido desenvolvidas afim de possibilitar e/ou facilitar o cálculo de áreas de figuras(regiões) planas e, em particular, o cálculo de área de poligonos regulares e/ou convexos. Já quando o assunto são os poligonos irregulares e não convexos, pouco é encontrado na literatura voltada para educação básica. Tanto assim é, que nessa direção tal vez o resultado mais conhecido seja o famoso Teorema Pick, publicado em 1.899, e mais recentemente o aplicativo Geogebra. Mas o primeiro é aplicável apenas à classe de poligonos com vértices de coordenadas inteiras e o segundo é uma ótima ferramenta para visualização, mas que limita o acompanhamento do aluno dos fundamentos algébricos envolvidos. Já em nível superior, como uma aplicação do Teorema de Green, é proposto em Cálculo, vol. 2, STEWART, James ¹, que se \mathcal{P} é um poligono simples de n lados com vértices $V_1(x_1, y_1), \dots, V_n(x_n, y_n)$ enumerados de tal maneira que ao serem percorridos na ordem de enumeração a região contornada pela poligonal permaneça à

esquerda do percurso, então a área de \mathcal{P} é dada por:

$$a(\mathcal{P}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \quad (1)$$

onde $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_1, y_1)$.

Uma prova deste resultado no contexto da educação básica é apresentada em ² e como consequência obtem-se todas fórmulas clássicas de áreas de triângulos, paralelogramas, trapézios, polígonos regulares e outras aplicações. Motivados pela eficiência de tal resultado, mas também conscientes dos dados que são possíveis de colher na maioria das situações cotidianas relacionadas, neste texto nos dedicamos a complementar a expressão (1) fornecendo uma expressão para as coordenadas dos vértices como função dos lados e dos ângulos internos de \mathcal{P} .