

# Dinâmica de Sistemas: Metodologia e Aplicações no Ensino Médio

Moisés Silva Andrade & José Angel Dávalos Chuquipoma

Universidade Federal de São João del Rei/ DEMAT

jadc13@ufsj.edu.br



Universidade Federal de São João del-Rei

## Resumo

Neste trabalho abordamos a metodologia de Dinâmica de Sistemas (DS) como uma proposta de criação de conhecimento e metodologia do ensino de matemática. Mobilizando conceitos teóricos de funções linear e exponencial, amplamente estudados no Ensino Médio, explicamos como usando esta metodologia é possível criar e interpretar modelos que evoluem no tempo, analisar a dependência de causa e efeito entre as variáveis do problema. A DS, através do pensamento sistêmico amplia o raciocínio na criação de modelos dinâmicos, tornando uma teoria eficiente no ensino de matemática e de criação de conhecimento. O ensino da DS é realizado nas diversas áreas do ensino superior, o que resulta um desafio, explicitar a um aluno do Ensino Médio o entendimento e as características dessa metodologia. Com ajuda do software Vensim-PLE esse desafio é resolvido, concluindo que é possível mostrar que esta metodologia pode ser introduzida para professores e alunos do Ensino Médio.

## Introdução

A DS é uma metodologia que permite entender, interpretar e discernir, questões e problemas com um alto grau de dificuldade. Originalmente desenvolvido pelo Professor Jay Forrester do Massachusetts Institute of Technology (MIT) em meados da década de 1950, com o intuito de auxiliar os gerentes de empresas a otimizar a boa gestão dos processos industriais (FORRESTER, 1961). Atualmente, a DS está sendo usado em grande parte do setor público e privado para análise e desenho de políticas (RADZICKI et al., 2008). Também, é usada como técnica de modelagem matemática para interpretar problemas que envolvem com o crescimento ou decréscimo de diversas grandezas (KUBICEK, 2011). A aplicação da DS é facilitada pelo auxílio do software Vensim-PLE para a implementação dessa metodologia: Diagramas de estoque, diagramas de fluxo, entre outros.

## Objetivos

1. Sensibilizar aos professores e alunos para a aplicação da DS e o uso do software Vensim-PLE como ferramenta computacional de simulação para o entendimento dos processos de crescimento.
2. Criar e interpretar modelos que evoluem no tempo através da DS.

## Aplicações

Nesta seção vamos a explorar a metodologia da DS como metodologia de aprendizagem para problemas modelado pelo crescimento logístico. Com ajuda do Vensim, na sua Versão gratuita Vensim-PLE (Personal Learning Edition), realizamos as simulações dos modelos. Pretendemos aportar e servir de apoio ao processo de ensino-aprendizagem, auxiliando ao aluno através do Pensamento Sistêmico e, em especial a DS.

**Exemplo:** Uma população de peixes aumenta em 10 % ao dia. Inicialmente existem 10 peixes no reservatório. Modelar o crescimento logístico da população visto que se aproxima de um limite de capacidade de 1.000 (devido ao estoque limitado de alimentos, espaço limitado no reservatório, inimigos reduzindo a população, doenças, etc.).

## Etapa 1: Diagrama Causal

- **Relação 1:** Se a população de peixes aumenta, a variação da população em relação ao tempo  $dp/dt$  também aumenta.
- **Relação 2:** Quanto maior é a variação da população em relação ao tempo, maior será a população de peixes.
- **Relação 3:** Se aumentar a capacidade máxima  $M$  é claro que a população de peixes tende a aumentar.
- **Relação 4:** O aumento da taxa de crescimento  $k$  (ou fator de crescimento) traz como consequência o aumento da população.

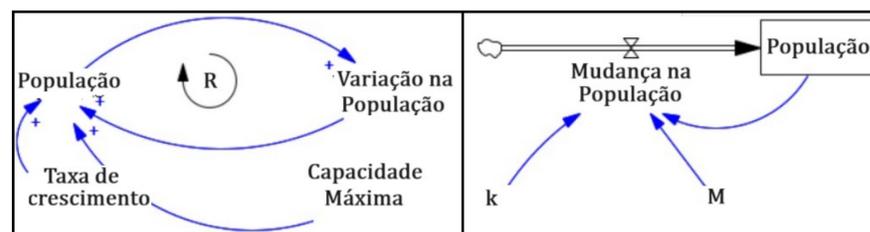


Figura 1: Modelo causal e diagrama de estoque e fluxo para o crescimento logístico.

## Etapa 2: Modelo de Estoque e Fluxo

Os Modelos de Estoque e Fluxo são modelos que expressam as relações entre as variáveis por meio de fórmulas matemáticas que por sua vez interpretam o raciocínio lógico presente no modelo. A variável população  $p(t)$  de peixes no instante  $t$  é definido como solução do modelo logístico:

$$\frac{dp}{dt} = k \cdot p \left( 1 - \frac{p}{M} \right). \quad (1)$$

A variável mudança ou variação da população de peixes  $dp/dt$  depende dos valores de  $k$ ,  $M$  e de  $p$ . Com o Vensim-PLE, definimos os valores das variáveis  $k = 10\% = 0,1$ ,  $M = 1.000$ , para uma população inicial de peixes  $p_0 = 10$ . A Figura 2 representa o diagrama causal e o diagrama de estoque e fluxo para nosso problema.

## Resultados

### Etapa 3: Simulando o Modelo no Vensim-PLE

A etapa final de nosso problema passa pelo uso do botão *simulation* do software Vensim-PLE. Definimos a variável mudança na população (1) através do botão *Equation* do Vensim-PLE, obtemos o tipo de crescimento logístico, ver Figura 2.

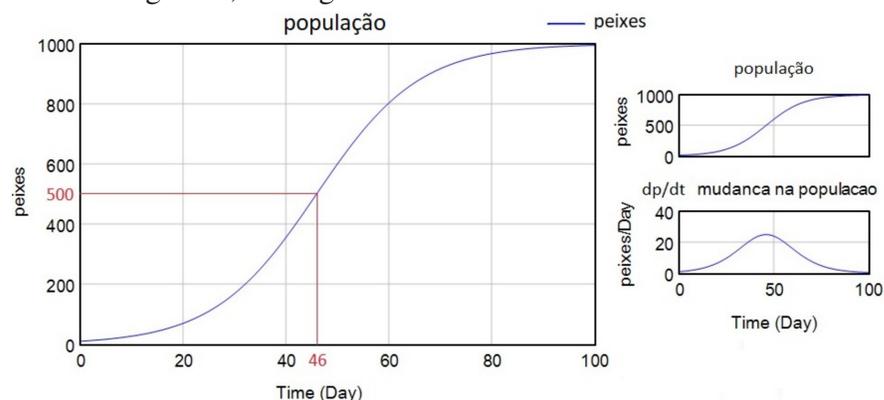


Figura 2: Simulando o crescimento logístico da população de peixes (M. R. Kutta).

## Conclusão

- Usando a mobilização de conceitos de crescimento linear e exponencial, é possível em um nível de ensino nas escolas, criar conhecimento nos alunos sobre crescimento logístico.
- A DS, trouxe como consequências a recepção e entendimento das diferenças entre diagrama causal e diagrama de estoque e fluxo.

## Referências

- [1] Forrester, J. W. *Industrial Dynamics*. [S.l.]: New York: John Wiley e Sons, 1961.
- [2] Kubicek, Astrid. *Models for Logistic Growth Processes (e.g. Fish Population in a Pond, Number of Mobile Phones within a Given Population)* Real-World Problems for Secondary School Mathematics Students: Case Studies, Juergen Maasz and John O'Donoghue eds. 187-208. Sense Publishers, Netherlands, 2011.
- [3] Radzicki, Michael J; TAYLOR Robert A. "Origin of System Dynamics: Jay W. Forrester and the History of System Dynamics". In: U.S. Department of Energy's Introduction to System Dynamics, 2008.
- [4] Sterman, John D. *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Irwin / McGraw-Hill (2000).

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao PROFMAT pela contribuição na realização do trabalho.