

Introdução à geometria algébrica

Carolina Araujo, IMPA

Resumo:

Introduzir estudantes de graduação em matemática e áreas afins à geometria algébrica, com diversos exemplos concretos. Após a introdução dos objetos básicos de estudo - as variedades algébricas afins e projetivas - serão discutidos alguns temas e problemas de grande relevância na área, como a geometria enumerativa e o problema de racionalidade. Uma das aulas será dedicada a aplicações da geometria algébrica à criptografia.

Conteúdo das aulas:

Aula 1: Variedades Afins - definição e primeiros exemplos. Anéis de coordenadas. Morfismos entre variedades afins. Conexões entre propriedades geométricas de variedades afins e propriedades algébricas de seus anéis de coordenadas.

Aula 2: Motivação e história: Teoria da Perspectiva. Espaços projetivos. Variedades projetivas. Primeiros exemplos: retas, cônicas e cúbicas no plano projetivo. Razão cruzada na reta projetiva e aplicações. Topologia de Zariski.

Aula 3: Curvas no plano projetivo. Método da resultante para calcular a interseção de duas curvas no plano projetivo. Multiplicidade de interseção. O Teorema de Bézout e aplicações.

Aula 4: A estrutura de grupo em uma curva elíptica. Aplicações à criptografia: criptografia de chave pública; método de Diffie-Hellman; criptografia de curva elíptica.

Aula 5: Grassmannianas - definição e construção algébrica. Estudo detalhado da Grassmanniana de retas no 3-espaço projetivo e aplicações à geometria enumerativa.

Aula 6: O problema de racionalidade. Exemplos de variedades racionais. Critérios de racionalidade e construções clássicas. Problemas em aberto.

Pré-requisitos: Alguma familiaridade com álgebra abstrata (propriedades básicas de grupos e anéis de polinômios)

Referências bibliográficas:

Israel Vainsencher. Introdução às Curvas Algébricas Planas. Coleção Matemática Universitária. Editora do IMPA ISBN: 9788524401022

H. S. M. Coxeter. Projective geometry. Springer-Verlag, New York, 1994. xii+162 pp. ISBN:0-387-96532-7

Joe Harris. Algebraic Geometry - A first course. Grad. Texts in Math., 133 Springer-Verlag, New York, 1995. xx+328 pp. ISBN:0-387-97716-3