

Frações contínuas, aproximações diofantinas e um pouco de dinâmica

Carlos Gustavo Moreira, IMPA

Resumo:

Aula 1: Aproximações de números reais por números racionais e representações em frações contínuas - teoria básica: definições e exemplos. A transformação de Gauss $g(x)=\{1/x\}$ e a relação de sua dinâmica com frações contínuas.

Aula 2: Caracterização das aproximações reduzidas da fração contínua como as melhores aproximações de um número real por números racionais; caracterização de frações contínuas (pré)- periódicas: o teorema de Lagrange. Aplicações a equações diofantinas: a equação de Pell.

Aula 3: O teorema de Hurwitz-Markov; comentários sobre o espectro de Lagrange (e sua relação com Conjuntos de Cantor regulares e a transformação de Gauss).

Aula 4: Aproximações diofantinas não-homogêneas: o teorema de Kronecker. Relação com rotações irracionais de toros.

Aula 5: Teoria métrica das aproximações diofantinas: o teorema de Khintchine. Prova probabilística do teorema de Khintchine em dimensão 1 utilizando frações contínuas.

Aula 6: Teoria métrica das aproximações diofantinas: o teorema de Khintchine. Prova do teorema de Khintchine em dimensões arbitrárias.

Referências bibliográficas:

Brochero Martinez, F.E.; Moreira, C.G.; Saldanha, N.C.; Tengan, E. - Teoria dos Números: um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro - Projeto Euclides, IMPA.

Díaz, Lorenzo J.; Jorge, Danielle de Rezende. Uma introdução aos Sistemas Dinâmicos via Frações Contínuas. 26º Colóquio Brasileiro de Matemática. IMPA, 2007. 211 p.

Carlos Gustavo Moreira - Frações Contínuas, Representações de Números e Aproximações Diofantinas - 1º Colóquio da Região Sudeste - São João del Rei, 2011
<https://www.emis.de/journals/em/docs/coloquios/SE-1.06.pdf>