

Coordenadas Esféricas Aplicadas a Problemas de Simetrias Esféricas em Eletromagnetismo

Tarciso dos Santos Corrêa & Thaisse Dias Paes

Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais

tarciso.corea@gmail.com
thaisse.paes@itec.ufpa.br



Resumo

Este trabalho trata-rá das coordenadas esféricas e de como essas coordenadas são úteis em determinadas situações. particularmente nas aplicações em simetrias esféricas em eletromagnetismo. para tanto enunciaremos a lei de Gauss da eletricidade e os teoremas da casca da esfera. com isso será possível mostrar seu uso na pratica.

Introdução

Este trabalho aborda o uso das coordenadas esféricas na resolução de problemas de simetrias esféricas em eletromagnetismo. Essas coordenadas oferecem uma representação conveniente para descrever sistemas esféricos, e sua aplicação no contexto do eletromagnetismo permite simplificar a análise de campos elétricos e magnéticos em sistemas simetricamente esféricos.

Objetivos

O objetivo deste trabalho é fazer uma revisão sobre as coordenadas esféricas e sua aplicação na simplificação de problemas de simetrias em eletromagnetismo.

Simetria Esférica e Eletromagnetismo

Em eletromagnetismo, a simetria esférica ocorre quando um sistema ou campo elétrico/magnético exibe a mesma aparência ou comportamento em todas as direções a partir de um ponto central. Essa simetria é comumente encontrada em problemas que envolvem cargas pontuais, esferas carregadas, campos eletromagnéticos irradiantes e outros sistemas com simetria radial.

Lei de Gauss da Eletricidade: O fluxo do campo elétrico através de uma superfície fechada hipotética (superfície gaussiana) é proporcional à carga contida dentro dela (carga líquida).

$$(\Phi_E)_{gaussiana} = \oint_V \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{liq}}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Teorema 1: Um corpo com simetria esférica afeta objetos externos como se toda a sua massa estivesse concentrada em um único ponto no seu centro.

Teorema 2: Uma casca com simetria esférica não exerce força gravitacional no seu interior.

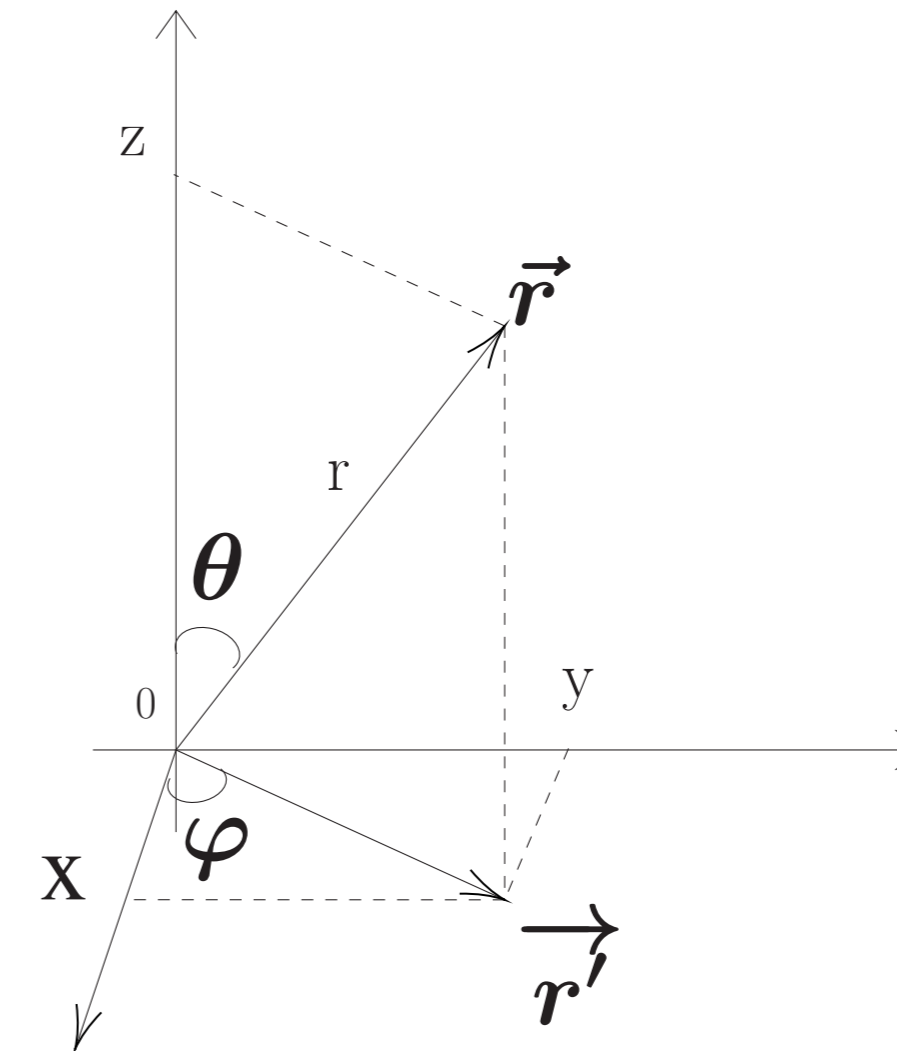
Coordenadas Esféricas nas Cargas Elétricas

Cada coordenada esférica (r, θ, φ) (veja a Figura 1) tem um significado específico em relação ao sistema em análise.

- **Raio (r):** O raio é a coordenada radial que representa a distância do ponto de interesse ao ponto central de simetria. No contexto eletromagnético, o raio é importante para determinar a intensidade do campo elétrico e magnético em diferentes distâncias do ponto central.
- **Ângulo Azimutal (θ):** é importante para analisar como o campo elétrico ou magnético varia ao redor do ponto central.

- **Ângulo Polar (φ):** é importante para analisar como o campo elétrico ou magnético varia em diferentes inclinações ao redor do ponto central.

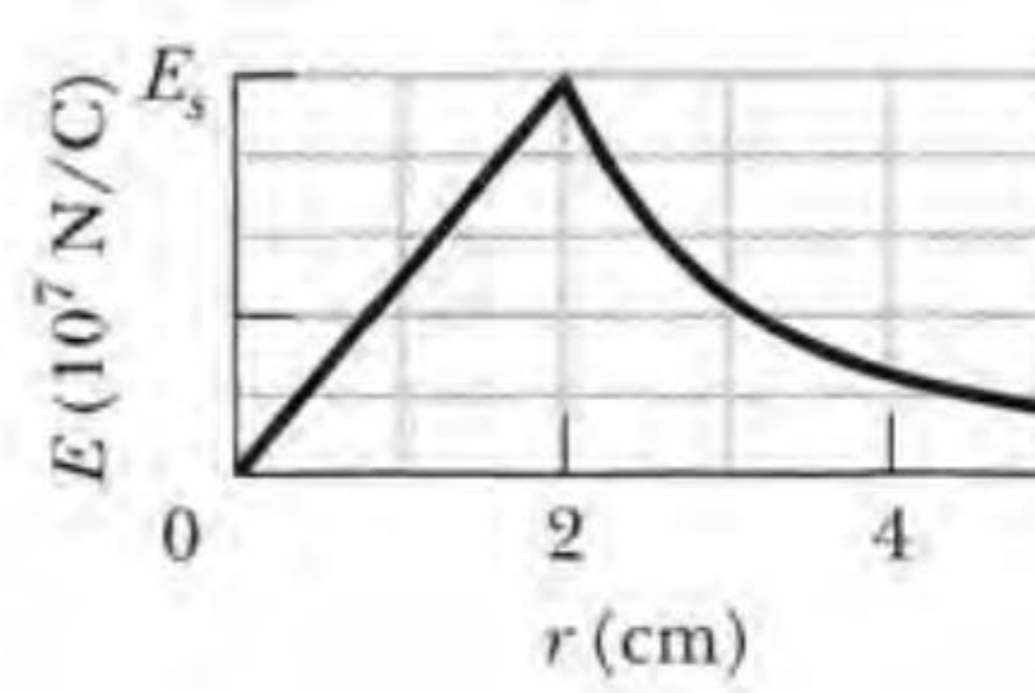
Figura 1: Sistema de coordenadas esféricas.



Resultados

Problema: A Figura 2 abaixo mostra o módulo do campo elétrico do lado de dentro e do lado de fora de uma esfera com uma distribuição uniforme de cargas positivas em função da distância do centro da esfera.

Figura 2: Módulo do campo elétrico do lado de dentro e de fora da esfera



Fonte: HALLYDAY, 2009

A escala do eixo vertical é definida por $E_s = 5,0 \cdot 10^7 \text{ N/C}$. Qual é a carga da esfera?

Usando a lei de Gauss, temos que

$$(\Phi_E)_{gaussiana} = \oint_V \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot \oint_V dA = \frac{q_{liq}}{\epsilon_0} \quad (2)$$

Mas tomando uma superfície gaussiana simétrica esférica de raio 2 cm

$$q_{liq} = \epsilon_0 \cdot 5 \cdot 10^7 \cdot 4\pi(2 \div 100)^2 = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \quad (3)$$

Conclusão

Com este trabalho percebemos o potencial das coordenadas esféricas ao simplificar problemas na física e na matemática. Quando relacionamos fluxo e campo elétrico, é possível expressar esses campos em termos das componentes radiais, azimutais e polares, facilitando a análise e resolução de problemas de simetria esférica em eletromagnetismo.

Referências

- [1] GRIFFITHS, DAVID J., *Introduction to electrodynamics.*, (2005): 574-574.
- [2] DUDLEY, DONALD G., *Mathematical foundations for electromagnetic theory.*, New York: IEEE press, 1994.
- [3] HALLIDAY, D.; WALKER, J.; RESNICK R., *Fundamentos de Física 3*, 8 ed., Rio de Janeiro: LTC, 2009.

Agradecimentos

Nossos profundos agradecimentos aos nossos familiares e amigos que muito nos ajudaram a tornar possível esse trabalho, à PROEX/UFPA e ao 34º CBM.