PRIMOS, ÂNGULOS E CONGRUÊNCIA

Gladys Maria Bezerra de Souza & Solange Almeida Santos

Universidade Federal de Roraima/Instituto Federal de Roraima

gladys.souza@ufrr.br/solange.almeida@ifrr.edu.br

Introdução

Este trabalho tem o objetivo de apresentar alguns resultados de uma pesquisa envolvendo números primos, ângulos e congruência. Como a congruência não é um assunto comumente estudado na Educação Básica e também em alguns cursos de Licenciatura em Matemática, pois é um assunto apresentado na disciplina de Teoria dos Números, mas que envolve conceitos relevantes de divisibilidade, tais como divisores, múltiplos, máximo divisor comum e números primos, percebemos que poderíamos introduzir este tema a partir da Educação Matemática, abordando aspectos da História da Matemática, ao apresentar a origem e desenvolvimento do estudo da congruência, bem como definição e algumas aplicações, como a que trazemos neste trabalho.

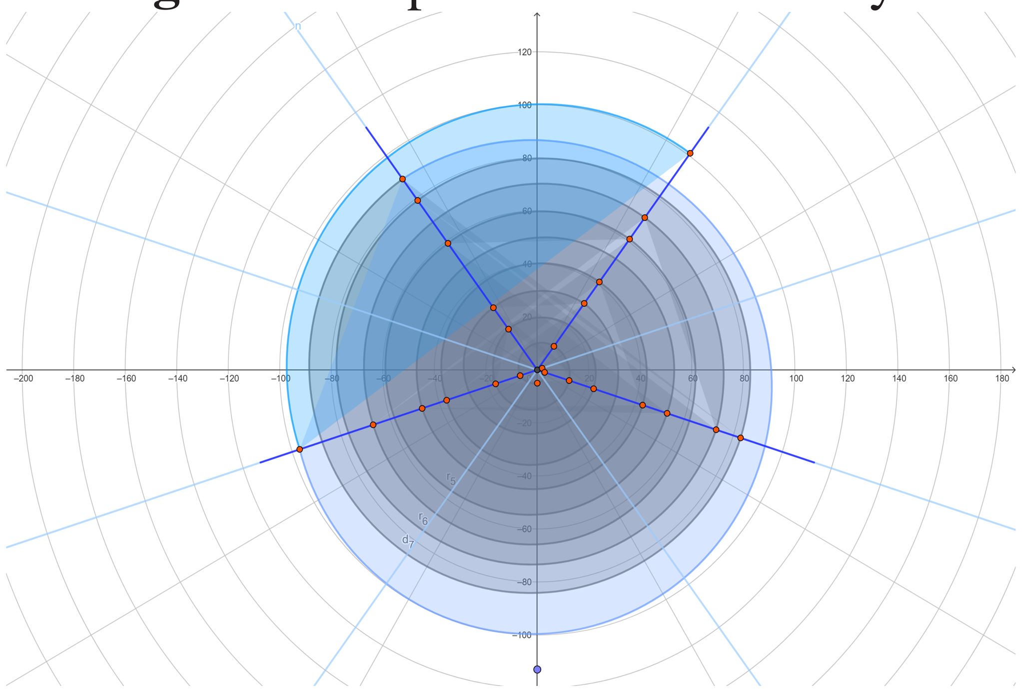
Objetivos

Apresentar alguns resultados de uma pesquisa envolvendo números primos, ângulos e congruência.

Metodologia

Os resultados satisfatórios iniciais do estudo com os números primos proporcionou a possibilidade de um olhar diferenciado para a distribuição desses números, mas não de forma linear, mas espiralada, conforme (Figura 1). O estudo foi experimental para este trabalho dos números primos com ângulos. Inicialmente dividimos o círculo em dez partes iguais, cada linha com origem no centro foi identificada com os algarismos de 0 a 10, contudo, usamos apenas as linhas com sequências dos números terminados em 1, 3, 7 e 9, onde localizamos os 166 números primos, pois 2 e 5, são exceções. Ao ligarmos os números primos de dois em dois, observamos a formação de ângulos múltiplos de 36º, aos quais denominamos de ângulos básicos: 72º, 144º, 216º, 288º e 360º, considerando também os seus côngruos, surgindo a percepção de algumas regularidades que aplicamos na congruência.

Figura 1 - Espiral de Primos Gladys



Resultados

A partir das regularidades por partes, observadas com a ligação de dois números primos consecutivos, e das quatro terminações, percebemos que poderíamos aplicar ao estudo de congruência. Assim conjecturamos que dados dois primos consecutivos p e p_s. Temos que p_s é congruente a p mod d, onde d são os divisores positivos de $p_s – p$ maiores que 1, com a seguinte representação $p_s \equiv p$ (mod d).

Proposição 1. Sendo $n \in N^*$ e $d(n)$ o número de divisores de um número natural $n = p_1^{\alpha 1}, ..., p_r^{\alpha r}$, sendo $p_1, ..., p_r$ números primos e $\alpha_1, ..., \alpha_r \in N > 1$, então,

$$d(n) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1), ..., (\alpha_r + 1)$$

Proposição 2. A quantidade de divisores de $(p_s – p)$ dá a quantidade de possibilidades para o valor de d para a congruência $p_s \equiv p$ (mod d). Sendo $d(N) = (x + 1)(y + 1)(z + 1)$, ou seja, $d(p_s – p) - 1$, daí segue que devemos encontrar os divisores de n, menos o divisor 1 que é comum a todos os números, então, basta subtrair um (o divisor 1). Portanto, o número de divisores (que é a quantidade de possibilidades de d) de n é $[(x + 1)(y + 1)(z + 1)] – 1$.

As regularidades observadas se dão a partir das quatro terminações (1, 3, 7 e 9) onde podemos identificar agrupamentos de números primos. Apresentaremos as principais propriedades:

(1) A diferença de dois números primos $(p_s – p)$ terminados em 1 e 3, 7 e 9, 9 e 1, têm por valores os números pares: 2, 12, 22, 32, ... Para este trabalho, identificamos as possibilidade de terminações da seguinte forma: T_{1e3} , T_{7e9} e T_{9e1}. Exemplo 1: $T_{1e3} = 13 \equiv 11$ (mod 2), pois $2|13–11$; T$_{7e9}$ $= 19 \equiv 17$ (mod 2), pois $2|19–17$; $T_{9e1} = 31 \equiv 29$ (mod 2), pois $2|31–29$.

(2) A diferença de dois números primos $(p_s – p)$ terminados em 3 e 7, 7 e 1, 9 e 3 têm por valores os números pares: 4, 14, 24, 34, ... Exemplo 2: $T_{7e1} = 11 \equiv 7$ (mod 2) e $11 \equiv 7$ (mod 4); $T_{3e7} = 17 \equiv 13$ (mod 2) e $17 \equiv 13$ (mod 4); $T_{9e3} = 23 \equiv 19$ (mod 2) e $23 \equiv 7$ (mod 4).

(3) A diferença de dois números primos $(p_s – p)$ terminados em 1 e 7, 3 e 9, 7 e 3, têm por valores os números pares: 6, 16, 26, 36, ... Exemplo 3: $T_{1e7} = 37 \equiv 31$ (mod 2), $37 \equiv 31$ (mod 3) e $37 \equiv 31$ (mod 6); $T_{3e9} = 29 \equiv 23$ (mod 2), 2923 (mod 3) e $29 \equiv 23$ (mod 6); $T_{7e3} = 53 \equiv 47$(mod 2), $53 \equiv 47$ (mod 3) e $53 \equiv 47$ (mod 6).

(4) A diferença de dois números primos $(p_s – p)$ terminados em 1 e 9, 3 e 1, 9 e 7, têm por valores os números pares: 8, 18, 28, 38, ... Exemplo 4: $T_{1e9} = 409 \equiv 401$ (mod 2), $409 \equiv 401$ (mod 4) e $409 \equiv 401$ (mod 8); $T_{3e1} = 691 \equiv 683$ (mod 2), $691 \equiv 683$ (mod 4) e $691 \equiv 683$ (mod 8); $T_{9e7} = 97 \equiv 89$ (mod 2), $97 \equiv 89$ (mod 4) e $97 \equiv 89$ (mod 8).

(5) a diferença de dois números primos $(p_s – p)$ terminados em 1 e 1, 3 e 3, 7 e 7, 9 e 9, têm por valores os números pares: 10, 20, 30, 40, ... Exemplo 5: $T_{1e1} = 191 \equiv 181$ (mod 2), $191 \equiv 181$ (mod 5) e $191 \equiv 181$ (mod 10); $T_{3e3} = 293 \equiv 283$ (mod 2), $293 \equiv 283$ (mod 5) e $293 \equiv 283$ (mod 10); $T_{7e7} = 347 \equiv 337$ (mod 2), $347 \equiv 337$ (mod 5) e $347 \equiv 337$ (mod 10); $T[9e9 = 149 \equiv 139$ (mod 2), $149 \equiv 139$ (mod 5) e $149 \equiv 139$ (mod 10).

Conclusão

A partir das regularidades apresentadas afirmamos que dois primos consecutivos sendo o primo posterior (p_s) congruente ao primo anterior (p) mod d, sendo d os divisores positivos da diferença desses dois primos menos o divisor um, $[(p_s – p) – 1]$. Representados por $p_s \equiv p$ mod d. Portanto, concluímos que é possível fazer essa aplicação a todos os pares de primos consecutivos de acordo com as propriedades apresentadas. Consideramos este estudo relevante por apresentar uma outra forma de olhar para os números primos e mostrar outras relações e regularidades com possibilidades de inúmeras aplicações na matemática, mesmo que sua aplicação prática não seja imediatamente perceptível.

Referências

[BOYER(2003)] Carl B BOYER. História da matemática, revista por uta c. *Merzbach. Tradução Elza F. gomide–2. ed–São Paulo: Edgard Blucher*, 2003.

[Dias(2013)] Cristina Helena Bovo Batista Dias. Números primos e divisibilidade: estudo de propriedades. 2013.

[Hefez(2006)] Abramo Hefez. *Elementos de aritmética*. Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.