Geometria Lipschitz das superfícies de Nash

Alexandre Fernandes[1]

[1] Universidade Federal do Ceará

Uma subvariedade suave e propriamente mergulhada $S \subset \mathbb{R}^n$ semi-algébrica e 2-dimensional é dita uma superfície de Nash. Um teorema clássico e formidável da topologia fornece uma classificação completa dessas superfícies a partir de 3 (três) símbolos: $g \in \mathbb{N}$ (gênero), $e \in \mathbb{N}$ (número de fins) e $\theta \in \{1, -1\}$ (símbolo binário para indicar se a superfície é orientável ou não). Quando essas superfícies S são consideradas com a métrica riemanniana induzida de $\mathbb{R}^n$ equipadas com a distância d_S dada pelo comprimento de geodésicas minimais, rapidamente encontramos exemplos de pares de superfícies de Nash S e $\widetilde{S}$ com os mesmos símbolos acima, portanto homeomorfas (difeomorfas), mas que não podem ser relacionadas por um homeomorfismo $\phi\colon S \to \widetilde{S}$ com distoção limitada (bi-Lipschitz), i. e.

$$\nexists k > 0; \ \frac{1}{k} d_S(x,y) \leq d_{\widetilde{S}}(\phi(x), \phi(y)) \leq k d_S(x,y) \ \forall x, y \in S.$$

Por exemplo, planos e parabolóides em $\mathbb{R}^3$. Nesta palestra, falarei sobre um trabalho em conjunto com Edson Sampaio (UFC) em que apresentamos os símbolos que classificam completamente as superfícies de Nash a menos de homeomorfismos bi-Lipschitz.