34° Colóquio Brasileiro de Matemática

Minicurso Introdutório

Proponentes: Jacqueline Fabiola Rojas Arancibia, Sally Andria Vieira da Silva e Wállace Mangueira de Sousa.

1. **Título do curso:** Contando retas em superfícies no espaço projetivo

2. **Autores:** Jacqueline Rojas, brasileira (jfra@academico.ufpb.br) - Universidade Federal da Paraíba,

   Sally Andria, brasileira (sally.andrya@gmail.com) - Universidade Estadual do Rio de Janeiro,

   Wállace Sousa, brasileiro (wallace.mangueira@academico.ufpb.br) - Universidade Federal da Paraíba.

3. **Pré-requisitos:** Introdução à Álgebra (com ênfase em Teoria de grupos e polinômios).

4. **Resumo:** Contar parece ser fácil, mas a verdade é que nem toda contagem é simples. Um problema famoso de contagem em geometria é saber o número de retas que uma superfície não singular no espaço projetivo contém. Mesmo sendo uma pergunta simples a resposta clara existe apenas para superfícies de grau menor ou igual a 4, nos outros casos temos um problema em aberto com algumas cotas descobertas. Este problema levou a um segundo: no caso de uma superfície conter retas, quantas são as retas duas a duas disjuntas? E advinha?! Este problema também está em aberto. Neste minicurso faremos uma revisão histórica destes problemas e apresentaremos algumas técnicas para obtenção de tais números.

Referências

[1] M. Reid, *Undergraduate Algebraic Geometry*, London Mathematical Society Texts 12, Cambridge University Press, Cambridge (1988).

[2] S. Boissiere and A. Sarti. *Counting lines on surfaces*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. **5**, pp. 39-52 (2007).

[3] L. Caporaso, J. Harris and B. Mazur. *How many rational points can a curve have?* in *The moduli space of curves* (Texel Island, 1994) edited by R. Dijkgraaf, C. Faber, and G.van der Geer, Progress in Mathematics, **129**. Birkhäuser Boston, MA, pp. 13-31 (1995).

[4] A. Cayley. *On the triple tangent planes of surfaces of the third order*, Cambridge and Dublin Math. J., **4**, pp. 118-138 (1849).

[5] M. Ferreira, D. Lira, J. Rojas. *A family of surfaces of degree six where Miyaoaka's bound is sharp*, Bull. of the Brazilian Math. Society, pp. 949-969 (2019).

[6] D. Lira, J. Rojas. *The maximal number of skew lines on Schur's quartic*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, Vol. **142** , pp. 81-91 (2019).

[7] S. Andria, J. Rojas. *Klein nos ajuda contar retas em superfícies projetivas*, Rev. Mat. Univ, vol **1**, pp. 31-54 (2022).

[8] Y. Miyaoka. *The maximal number of quotient singularities on surfaces with given numerical invariants*, Math. Ann. 268, no. **2**, pp. 159-171 (1984).

[9] V. Nikulin. *On Kummer surfaces*, Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 39 (1975), no. 22, 278-293, in Russian. English translation, Math. USSR Izv **9**, pp. 261-275 (1975).

[10] B. Segre. *The maximum number of lines lying on a quartic surface*, Quart. J. Math., Oxford Ser. **14**, pp. 86-96 (1943).

[11] _____. *On arithmetical properties of quartic surfaces*, Proc. London Math. Soc. (2) **49**, pp. 353-395 (1947).

[12] S. Rams. *Projective surfaces with many skew lines*, Proc. Amer. Math. Soc. **133** , no. **1**, pp. 11-13 (2005).

[13] S. Rams, M. Schütt, *64 lines on smooth quartic surfaces*, Math. Ann. **362**, pp. 679–698 (2015).

[14] F. Shur. *Ueber eine besondre Classe von Flächen vierter Ordnung*, Math. Ann. 20, no. **2**, pp. 254-292 (1882).