

Façam suas apostas

Laura Rifo

IMECC, Unicamp

EHH - 2022

Uma aposta é um processo de tomada de decisão; inversamente, tomar uma decisão em situação de incerteza é fazer uma aposta.

Nesta oficina, discutiremos quais são os elementos que devemos levar em conta em um processo de decisão - ou seja, como o pensamento matemático pode nos ajudar a definir a nossa melhor aposta.

Aleatoriedade

Para começar a discussão sobre aleatoriedade: o que é aleatório?

<https://www.youtube.com/watch?v=9rly0xY99a0>



Aleatoriedade/chance/incerteza

A aleatoriedade pode ser mensurada.

A teoria quantitativa da chance surgiu nos séculos XVI e XVII, a partir da discussão de jogadores, filósofos e matemáticos.

Ela pode ser construída a partir de:

- modelo de urna-e-bolas,
- coerência em um sistema de apostas,
- calibração (penalização),
- valor esperado da utilidade de uma decisão.

Modelo de urna-e-bolas

O modelo **equiprovável** é o modelo mais simples para a incerteza, e pode ser construído a partir de: considerações de **simetria** concluídas da descrição do problema; falta de informação; ou falta de preferência se você tivesse que apostar em um resultado.

Modelo de urna-e-bolas

O modelo **equiprovável** é o modelo mais simples para a incerteza, e pode ser construído a partir de considerações de simetria concluídas da descrição do problema, **falta de informação**, ou falta de preferência se você tivesse que apostar em um resultado.

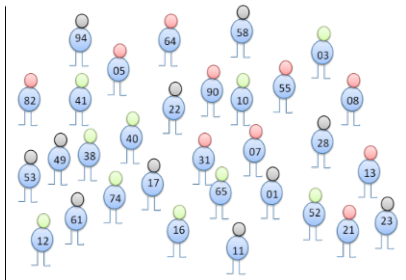
Modelo de urna-e-bolas

O modelo **equiprovável** é o modelo mais simples para a incerteza, e pode ser construído a partir de considerações de simetria concluídas da descrição do problema, falta de informação, ou **falta de preferência** se você tivesse que apostar em um resultado.

Atividade 1

Modelo de urna-e-bolas

Atividade 1. Um número é selecionado sem preferência dentre 00, 01, 02, ..., 98, 99.



Modelo de urna-e-bolas

Determine a probabilidade dos seguintes eventos:

- (a) o primeiro dígito é 0
- (b) o segundo dígito é 1
- (c) os dois dígitos são iguais
- (d) os dois dígitos são diferentes
- (e) o primeiro dígito é maior que o segundo
- (f) o primeiro dígito não é menor que o segundo

Modelo de urna-e-bolas

(a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;

(b) o segundo dígito é 1:

Modelo de urna-e-bolas

- (a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;
- (b) o segundo dígito é 1: $\{01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- (c) os dois dígitos são iguais:

Modelo de urna-e-bolas

- (a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;
- (b) o segundo dígito é 1: $\{01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- (c) os dois dígitos são iguais: $\{00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$
- (d) os dois dígitos são diferentes:

Modelo de urna-e-bolas

- (a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;
- (b) o segundo dígito é 1: $\{01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- (c) os dois dígitos são iguais: $\{00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$
- (d) os dois dígitos são diferentes: $p = (100 - 10)/100 = 90/100$
- (e) o primeiro dígito é maior que o segundo:

Modelo de urna-e-bolas

- (a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;
- (b) o segundo dígito é 1: $\{01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- (c) os dois dígitos são iguais: $\{00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$
- (d) os dois dígitos são diferentes: $p = (100 - 10)/100 = 90/100$
- (e) o primeiro dígito é maior que o segundo: **por simetria, dos 90 anteriores, uma metade tem o 1o dígito maior que o 2o, e a outra tem o 2o maior que o 1o, $p = 45/100$**

Modelo de urna-e-bolas

- (a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;
- (b) o segundo dígito é 1: $\{01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- (c) os dois dígitos são iguais: $\{00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$
- (d) os dois dígitos são diferentes: $p = (100 - 10)/100 = 90/100$
- (e) o primeiro dígito é maior que o segundo: **por simetria, dos 90 anteriores, uma metade tem o 1o dígito maior que o 2o, e a outra tem o 2o maior que o 1o, $p = 45/100$**
- (f) o primeiro dígito não é menor que o segundo:

Modelo de urna-e-bolas

- (a) o primeiro dígito é 0: $\{00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09\}$;
- (b) o segundo dígito é 1: $\{01, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- (c) os dois dígitos são iguais: $\{00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$
- (d) os dois dígitos são diferentes: $p = (100 - 10)/100 = 90/100$
- (e) o primeiro dígito é maior que o segundo: **por simetria, dos 90 anteriores, uma metade tem o 1o dígito maior que o 2o, e a outra tem o 2o maior que o 1o, $p = 45/100$**
- (f) o primeiro dígito não é menor que o segundo: **consideramos os casos (c) e (e), $p = 55/100$**

Modelo de urna-e-bolas

Indique os eventos na tabela:

A - a soma dos dígitos é maior que 7

B - a diferença entre os dígitos é menor que 4

C - a interseção dos eventos anteriores

Modelo de urna-e-bolas

		2o dígito										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1o dígito	0											
	1											
	2											
	3											
	4											
	5											
	6											
	7											
	8											
	9											

Modelo de urna-y-bolas

A		2o dígito									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1o dígito	0	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
	1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	2	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	3	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
	4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
	5	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
	6	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
	7	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
	8	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
	9	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Modelo de urna-y-bolas

B

		2o dígito									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1o dígito	0	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
	1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	2	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	3	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
	4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
	5	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
	6	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
	7	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
	8	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
	9	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Modelo de urna-y-bolas

$A \setminus B, B \setminus A$ $A \cap B$		2o dígito									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1o dígito	0	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
	1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	2	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
	3	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
	4	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
	5	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
	6	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
	7	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
	8	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
	9	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Apostando na incerteza - o jogo do relógio

Em duplas, devem ser sorteados dois números de 1 a 60, dividindo o círculo em duas regiões.

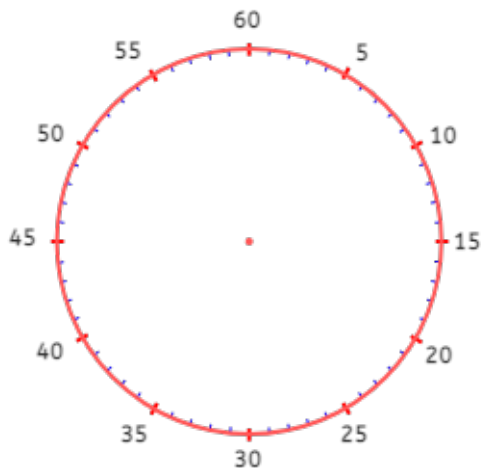
Time A - região que contém 60

Time B - região que não contém 60

Usar, por exemplo, o site sorteador.com.br.

Apostando na incerteza - o jogo do relógio

Time A - região que contém 60; *Time B* - região que não contém 60



Apostando na incerteza - o jogo do relógio

Cada time escolhe uma das apostas e recebe 1 ponto se sua região for maior; ambos recebem 0 pontos se houver empate.

Ganha quem marcar 10 pontos primeiro.

Qual aposta você prefere? Por que?

Apostando na incerteza - o jogo do relógio

Todos contra A

Os dois times jogam contra um time A imaginário.

Desta vez, cada integrante escolhe um número e o grupo sorteia o segundo número. Quem ganhar, recebe 1 ponto; se alguém não ganhar, A marca 1 ponto.

Ganha quem marcar 10 pontos primeiro.

Qual número você prefere? Por que?

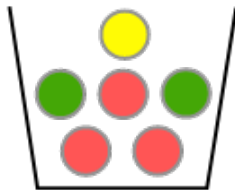
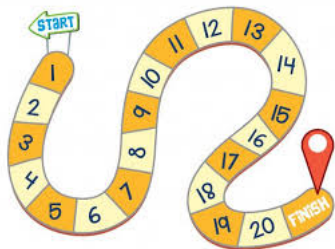
Apostando na incerteza - o jogo do relógio

Marque na tabela da atividade, as regiões de pares de números sorteados em que cada aposta ganha.

Você percebe algum padrão?

Apostando na incerteza - o trem avança

O objetivo do jogo é avançar por uma trilha, de acordo com o resultado de um sorteio de uma urna.



Podemos usar o sorteador para simular este jogo?

Apostando na incerteza - o trem avança

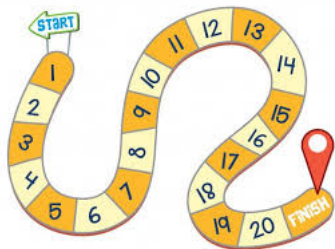
Cada jogador aposta em uma cor e faz uma extração: se acertar a cor, avança uma casa.

Ganha quem chegar na casa 10 primeiro.

Qual cor você prefere? Por que?

Apostando na incerteza da incerteza - o trem desconhecido avança

O objetivo do jogo é avançar por uma trilha, de acordo com o resultado de um sorteio de uma urna.



Podemos usar o sorteador para simular este jogo?

Apostando na incerteza da incerteza - o trem desconhecido avança

Cada jogador aposta em uma cor e faz uma extração: se acertar a cor, avança uma casa.

Ganha quem chegar na casa 10 primeiro.

Qual cor você prefere? Por que?

Podemos usar o modelo de urna e bolas para melhorar a aposta?

Apostando na incerteza da incerteza - processos de aprendizagem

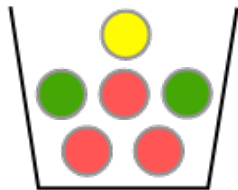
Na palestra do 1o dia, o palestrante falou da distribuição binomial negativa.

O que é essa distribuição? Como pode ser usada?

Apostando na incerteza da incerteza - processos de aprendizagem

Você realiza extrações sucessivas, com reposição, de uma urna com configuração conhecida, até aparecer a cor amarela.

1. Faça o experimento e registre o total de extrações realizadas.
2. Qual é o número esperado de extrações até aparecer a cor amarela?



Apostando na incerteza da incerteza - processos de aprendizagem

Você realiza extrações sucessivas, com reposição, de uma urna com configuração **desconhecida**, até aparecer a cor amarela.

1. Faça o experimento e registre o total de extrações realizadas.
2. O total de extrações entrega informação sobre a composição da urna?



Algumas referências

- 1 Diaconis, P, Skyrms, B (2017) *Ten great ideas about chance*. Princeton Univ. Press.
- 2 Sagan, Carl (2006) *O mundo assombrado pelos demônios*. Companhia das Letras.
- 3 Silver, Nate (2013) *O sinal e o ruído*. Intrínseca.

Obrigada.