

Equações e Inequações

PROF.LUCIANO MONTEIRO DE CASTRO

1. Considere a seguinte equação no universo dos números reais:

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = x-8.$$

A equação tem, exatamente,

- (A) duas raízes reais positivas.
 - (B) três raízes reais positivas.
 - (C) uma raiz real positiva.
 - (D) uma raiz real negativa.
 - (E) zero raízes reais.
2. Sobre o conjunto solução da equação

$$2\sqrt{x^2-3} = 2-x,$$

no universo dos números reais, é correto afirmar que

- (A) tem dois elementos, um positivo e o outro negativo.
 - (B) tem dois elementos, ambos positivos.
 - (C) tem dois elementos, ambos negativos.
 - (D) tem um único elemento.
 - (E) é vazio.
3. A soma das raízes reais da equação $\sqrt{3x-2} = \sqrt{x}+2$ é igual a:
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Soluções

1. C

Fazendo a substituição $a = \sqrt{x}$, $a \geq 0$, a equação é equivalente a

$$\frac{a^2 - 4}{a + 2} = a^2 - 8 \iff \frac{(a - 2)(a + 2)}{a + 2} = a^2 - 8 \iff a - 2 = a^2 - 8 \iff a^2 - a - 6 = 0 \iff a = 3.$$

(nas equivalências anteriores usamos que $a \geq 0$ e $a + 2 \neq 0$).

2. A

$$2\sqrt{x^2 - 3} = 2 - x \iff 4(x^2 - 3) = (2 - x)^2 \text{ e } 2 - x \geq 0 \iff 3x^2 + 4x - 16 = 0 \text{ e } x \leq 2 \iff$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{3} \text{ e } x \leq 2 \iff x \in \left\{ \frac{-2 - 2\sqrt{13}}{3}, \frac{-2 + 2\sqrt{13}}{3} \right\}.$$

3. D

$$\sqrt{3x - 2} = \sqrt{x} + 2 \iff 3x - 2 = (\sqrt{x} + 2)^2 \text{ e } 3x - 2 \geq 0 \iff x - 2\sqrt{x} - 3 = 0 \text{ e } x \geq \frac{2}{3} \iff$$

$$(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} - 3 = 0 \text{ e } x \geq \frac{2}{3} \iff (\sqrt{x} = -1 \text{ ou } \sqrt{x} = 3) \text{ e } x \geq \frac{2}{3} \iff x = 9.$$