

## APROXIMAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

### Questão 1

Usando a reta  $y = 2 + 3x$  como aproximação linear para os pontos  $(1, 4)$ ,  $(2, 10)$  e

$(3, 10)$ , o vetor erro é:

a)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

e)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

**Resposta: a**

$$e = \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2+3 \cdot 1 \\ 2+3 \cdot 2 \\ 2+3 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

**Resolução:** O vetor erro é

## Questão 2

Ao fazer o ajuste linear  $y = a + bx$  por Mínimos Quadrados dos pontos:  $(0,1)$ ,  $(2,-1)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(4, 6)$  e  $(5, 4)$ , a matriz  $A^T A$  das equações normais é:

a)  $\begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 15 & 55 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 5 & 14 \\ 14 & 55 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 5 & 14 \\ 14 & 54 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 15 & 54 \end{bmatrix}$

e)  $\begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 15 & 54 \end{bmatrix}$

**Resposta: c**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

**Resolução:** Tem-se:

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 14 \\ 14 & 54 \end{bmatrix}$$

Logo,

### Questão 3

A reta de ajuste por Mínimos Quadrados aos pontos  $(0, -1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(3, 5)$  e  $(4, 6)$  é:

- a)  $y = -0,85x + 1,8$
- b)  $y = -0,85 + 1,8x$
- c)  $y = -0,75 + 1,8x$
- d)  $y = -0,75x + 1,8$
- e)  $y = 1,8x + 0.75$

**Resposta: b**

**Resolução:** Sendo  $y = h + mx$  a reta de ajuste, tem-se o sistema  $A^T A \bar{x} = A^T b$ ,

$$\text{sendo } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}. \text{ Assim:}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 26 \end{bmatrix} \text{ e } A^T b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 40 \end{bmatrix}.$$



Resolvendo-se o sistema  $\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 40 \end{bmatrix}$ , tem-se:  $m = 1,8$  e  $h = -0,85$ .

Logo, a reta de ajuste por Mínimos Quadrados é  $y = -0,85 + 1,8x$