



Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Apreçamento de Opções de IDI sob Expectativas de Mudança de Política Monetária

Autor: **Lucas Paiva de Carvalho**

Orientador: **Rodrigo Targino**

Rio de Janeiro
Outubro de 2019

Dedico esta tese a meus pais e à Isabel.

Agradecimentos

Agradeço à minha família, meus pais, Frederico e Glaucia, meu irmão, Frederico e seus filhos, Pedro e Carolina. Espero que possam sempre se orgulhar de mim, sei que sem eles jamais teria conseguido nada do que tenho hoje. Agradeço à minha companheira, Isabel, por toda paciência nas minhas ausentes horas estudando, compreensão dos meus anseios, conselhos, ajuda e amor. Agradeço aos meus professores, em especial, meu orientador Rodrigo Targino, que me acolheu para que pudesse concluir este trabalho, ao Professor Jorge Zubelli que nos enobreceu com seu conhecimento e me ofereceu mais que conhecimento, ao professor Moarcy Alvim que me apresentou ao curso e me deu estímulo para que pudesse cursar e ao professor Alan de Genaro, no qual teve muita paciência para me ajudar a compreender seu objetivo com o artigo. Não poderia deixar de agradecer também aos grandes amigos que fiz ao longo do mestrado. Ciro, Clarissa, Felipe, Luiz e Rafael. Tenho certeza de que não teria terminado sem vocês. Agradeço também à Turim Family Office, em especial às sócias Patricia Xavier e Ana Carolina Carvalho por terem acreditado em mim e terem tornado possível a conclusão de uma etapa tão importante da vida. Deixo também os meus agradecimentos à B2W Digital que acreditou no meu potencial e incentivou o encerramento deste ciclo.

Lista de Figuras

1.1	CDI x SELIC	18
4.1	Probabilidades implícitas em momento de grande incerteza	27
4.2	Probabilidades implícitas de corte de juros	28
4.3	Resultado em 09/08/2018	29
4.4	Resultado em 29/08/2018	30
4.5	Resultado em 05/09/2018	31

Lista de Tabelas

- 4.1 Resultado em 09/08/2018 29
- 4.2 Resultado em 29/08/2018 30
- 4.3 Resultado em 05/09/2018 31

Abstract

This paper goal is to implement and analyze the results obtained with the methodology of the authors Dr. Alan De Genaro and Dr. Marco Avellaneda in the article *Pricing interest rate derivatives under monetary changes* (2017). In the implementation it was determined that, given the economic scenario, only a reduced set of possible interest rate changes would have relevant probabilities and, thus, the probabilities of these three scenarios of monetary policy change were extracted from the interest rate future (DI) market. These probabilities were later applied to an adapted Black model for option pricing. Only Put type options and with only one meeting between trade date and expiration were analyzed. The prices obtained by the model are compared with the prices actually negotiated in the market. The final result is then analyzed and possible justifications for the differences are pointed out.

Key words: IDI, monetary policy, COPOM, interest rates derivatives.

Resumo

Este trabalho procura implementar e analisar os resultados obtidos com a metodologia em Genaro e Avellaneda no artigo *Pricing interest rate derivatives under monetary changes* (2017). Na implementação foi determinado que, dado o momento econômico, apenas um conjunto de manutenção ou corte de juros teriam probabilidades relevantes e, assim, de posse dessa premissa, foram extraídas as probabilidades de três cenários de mudança de política monetária do mercado de DI futuro. Essas probabilidades foram posteriormente aplicadas num modelo adaptado de Black, para apreamento da opção. Foram analisadas apenas opções do tipo *Put* e com somente uma reunião entre a data de negociação e o vencimento. Os preços obtidos pelo modelo são comparados com os preços de fato negociados no mercado. O resultado final é, então, analisado e são apontadas possíveis justificativas para as diferenças.

Palavras Chaves: IDI, política monetária, COPOM, derivativos de taxa de juros.

Sumário

Índice	12
1 Introdução	15
1.1 Objetivo	15
1.2 Regime de metas de Inflação	15
1.3 Taxa de Juros no Brasil	15
1.4 IDI, opção sobre IDI e aplicação	17
2 Revisão bibliográfica	19
2.1 Artigo Objeto	19
2.1.1 Definições Básicas	19
2.1.2 Modelo de Vasicek	20
2.1.3 Cadeia de Markov aplicada às decisões monetárias	21
3 O Modelo	23
3.1 Extração das probabilidades de política monetária	24
3.2 Apreçamento de opção - modelo de Black	25
4 Resultados	27
5 Conclusão	33
Referências Bibliográficas	34

Capítulo 1

Introdução

1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é implementar e analisar os resultados da metodologia desenvolvida por Genaro e Avellaneda no artigo *Pricing interest rate derivatives under monetary changes* (2017).

1.2 Regime de metas de Inflação

O regime de metas de inflação é uma das opções que as autoridades de um país têm para seguir em termos de política monetária. O Brasil, desde o fim da âncora cambial em 1999, segue este modelo. Os Estados Unidos também usam modelo parecido, mas além de metas de inflação também buscam como meta o pleno emprego. Outras opções podem ser focadas em âncoras cambiais, como anteriormente no Brasil e Argentina ou em metas monetárias, como na Alemanha antes da introdução do Euro.

Segundo Fabio Giambiagi e José Carlos Carvalho (2001), o sistema de metas de inflação serve para o alinhamento das expectativas para os agentes econômicos e também como uma orientação de como será a condução da política monetária. Desta forma, é possível ser feita uma análise mais palpável dos resultados, dependendo da aderência ou não da inflação às metas previamente fixadas. Ainda segundo os autores, a análise com relação ao cumprimento de metas monetárias, de significado pouco claro, seria pior por serem mais difíceis de seguir à risca e mesmo que cumpridas, não garantiriam obrigatoriamente o sucesso de uma política antiinflacionária.

1.3 Taxa de Juros no Brasil

A taxa de juros é provavelmente a variável macroeconômica mais relevante para o bom funcionamento da economia, pois os juros têm papel fundamental na determinação do nível de atividade, do emprego, da taxa de câmbio e de outras variáveis econômicas.

No Brasil, a taxa de juros básica (Selic) é determinada pelo Banco Central (BACEN) através do Comitê de Política Monetária (COPOM), órgão do Banco Central que tem como objetivo definir as diretrizes da implementação da política monetária, definir a meta da Taxa Selic e analisar o Relatório de Inflação. Em geral, cada seis semanas os membros do comitê têm reuniões ordinárias, com duração de dois dias, sempre uma terça e uma quarta-feira, quando

à noite, ao fim da reunião, divulgam a nova meta para a Taxa Selic, perseguindo o regime de metas de inflação exposto na sessão anterior.¹

O nome da taxa Selic vem da sigla do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia. Tal sistema é uma infraestrutura do mercado financeiro administrada pelo BACEN. Nele são transacionados títulos públicos federais. A taxa média ajustada dos financiamentos diários apurados nesse sistema corresponde à taxa Selic.

O Banco Central atua no mercado para garantir a taxa determinada no COPOM. Isto é, se os agentes de mercado optarem por praticar taxas acima ou abaixo da determinada, o BACEN age de forma a reduzir ou elevar as taxas, vendendo ou comprando mais barato ou mais caro. Como é detentor e emissor dos títulos, pode atuar sempre que quiser, não havendo restrições para garantir a taxa determinada.

De forma a garantir uma distribuição de recursos que atenda aos fluxos demandados pelas instituições, foi criado, em meados da década de 1980, os Certificados de Depósito Interbancário (CDI). São títulos de emissão das instituições financeiras, que lastreiam as operações do mercado interbancário. Sua função é transferir recursos de uma instituição financeira para outra. Ou seja, para que o sistema seja mais fluido, bancos superavitários (mais caixa que empréstimos) no dia emprestam para bancos deficitários (mais empréstimos que caixa). A maioria das operações é negociada por um só dia.

As operações se realizam fora do âmbito do Banco Central, tanto que, neste mercado, não há incidência de qualquer tipo de imposto, as transações são fechadas por meio eletrônico e registradas na Câmara de Custódia e Liquidação (CETIP). Os CDIs podem ser negociados em prazos diversos e com taxas pré-fixadas ou pós-fixadas. Basicamente, estabelece o custo do dinheiro negociado entre os bancos no setor privado.

A taxa do CDI é determinada como a taxa livre de risco no Brasil, ou seja, é a taxa mínima exigida por um investidor fazer qualquer investimento. O CDI estabelece os parâmetros das taxas referentes às operações de empréstimos, avalia a rentabilidade de fundos, além de ser utilizado pelo mercado como parâmetro para fundos de renda fixa e no apreamento de diversos outros produtos, como ações, derivativos.

De acordo com a B3, a metodologia para apuração da Taxa DI se baseia na observação das duas condições abaixo:

1. O número de operações elegíveis para o cálculo da Taxa DI for igual ou superior a 100 (cem); e
2. O somatório dos volumes das operações elegíveis para o cálculo da Taxa DI for igual ou superior a R\$30 bilhões;

As taxas são expressas sob forma anual, de acordo com a seguinte fórmula:

$$DI_i = \left[\left(\frac{VR_i}{VE_i} \right)^{1/252} - 1 \right] \times 100 \quad (1.3.1)$$

¹Reuniões extraordinárias podem acontecer se necessário. Desde 1999, quando foi adotado o regime de metas de inflação apenas uma vez vivenciamos tal acontecimento.

i - Índice das operações que atendem os critérios exigidos negociadas entre os bancos.

VR_i - Valor de Resgate da i -ésima operação, informado com duas casas decimais.

VE_i - Valor de Emissão da i -ésima operação, informado com duas casas decimais.

1.4 IDI, opção sobre IDI e aplicação

O Índice de Depósito Interbancário (IDI) foi criado pela antiga CETIP em 2008 com a intenção de servir de base para contrato de opções de DI. O Índice DI² é corrigido diariamente pela variação da Taxa DI e é calculado da seguinte forma:

$$IDI_d = IDI_{d-1} \times (FatorDI_{d-1})$$

$$FatorDI_{d-1} = \left[\left(\frac{DI_{d-1}}{100} + 1 \right)^{\frac{1}{252}} \right]$$

IDI_d - Número índice do dia d , valorizado pelo fator diário do DI do dia “d-1”, apurado com 2 (duas) casas decimais com arredondamento;

$FatorDI_{d-1}$ - Fator da Taxa DI do dia “d-1” expressa ao dia, calculado com 8 (oito) casas decimais, com arredondamento;

DI_{dn-1} - Taxa DI do dia “d-1”, expressa ao ano de 252 dias úteis, utilizada com 2 (duas) casas decimais.

O índice IDI serve então como ativo subjacente para opções negociadas no mercado. Estas opções buscam replicar o *payoff* entre a variação da taxa DI da data da operação até a data de vencimento e um *strike* fixo. Essas operações de opções são registradas na B3 e têm as seguintes características:

1. Ativo Objeto: Valor do IDI na data de vencimentos
2. Cotação: Prêmio da opção em pontos de IDI Cada ponto de IDI vale R\$ 1,00
3. Opções Europeias
4. Preços de exercício de 100 em 100 pontos de IDI
5. Vencimentos no primeiro dia útil dos dois meses subsequentes à data atual e dos meses de início de trimestre (Janeiro, Abril, Julho e Outubro).

²Para propósito da tese, adotamos o IDI que foi reinicializado em 02/01/2009 com valor-base de 100 mil pontos.

Sabendo que a taxa DI segue de perto a taxa SELIC³(Figura 1.1), que acompanha a taxa de juros decidida no COPOM, é possível se proteger ou especular uma possível decisão de mudança da taxa básica de juros com as opções de IDI, que é o melhor instrumento no mercado brasileiro para tal.

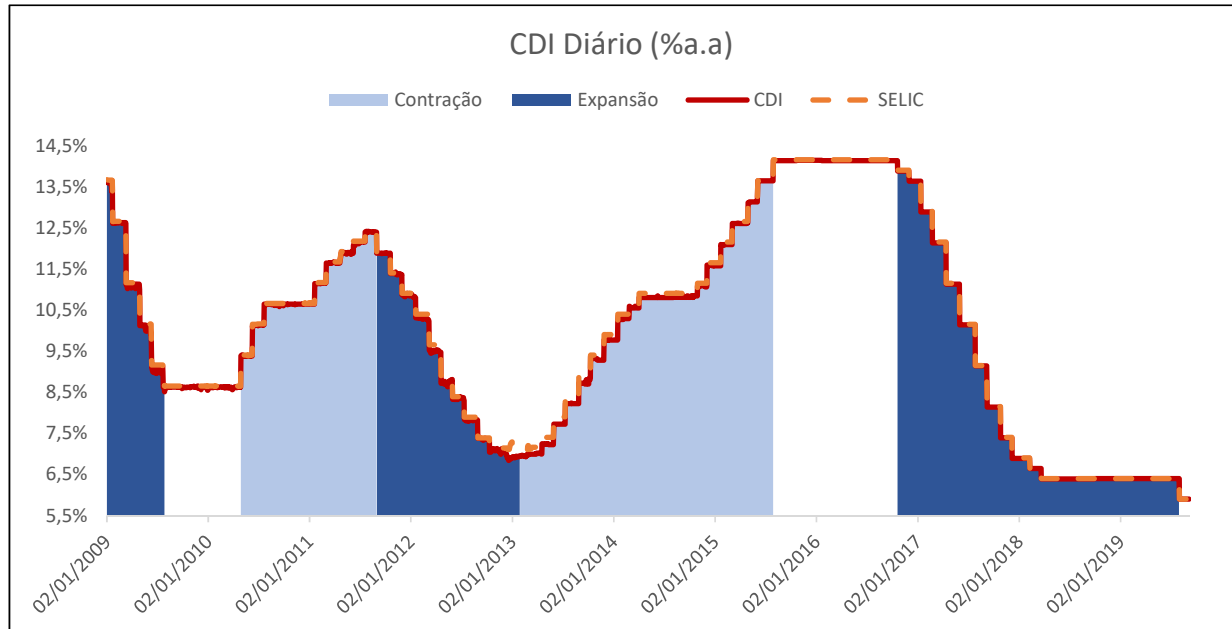


Figura 1.1: CDI x SELIC

A motivação para o COPOM alterar a taxa de juros vem conforme as expectativas de inflação vigentes. Caso o governo julgue que a inflação está baixa e a economia precisa de mais estímulos para crescer, O BACEN pode optar por cortar os juros para incentivar os agentes econômicos a aumentar a produção e investimentos. O exato oposto acontece se o governo julgar que há pressão inflacionária na economia, ou seja, aumentaria os juros para desincentivar os agentes.

Uma estratégia de proteção via opção de IDI pode ser utilizada quando um investidor, que possui, por exemplo, uma dívida atrelada ao CDI, espera uma decisão de aumento de juros do BACEN. Dessa forma, para diminuir o aumento dos juros a serem pagos com a vigência da nova taxa, poderia comprar uma opção do tipo Call. O oposto poderia ser feito por um investidor detentor de um título que remunera à taxa CDI, comprando uma opção do tipo Put.

³As diferenças que podem acontecer em momentos de stress é conhecida também como descolamento.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

2.1 Artigo Objeto

Após breve contextualização sobre como as opções de IDI têm aplicação no mercado brasileiro diante do regime de metas de inflação adotado pelo BACEN, é possível introduzir o artigo no qual este trabalho se baseia. *Pricing interest rate derivatives under monetary changes* (2017), escrito pelos professores Dr. Alan de Genaro e Dr. Marco Avellaneda, é dividido em nove sessões. Após introdução, motivação e revisão bibliográfica, os autores apresentam uma metodologia se utilizando de dados obtidos no mercado para modelagem do índice $IDI_{forward}$. Em seguida, descreverem como uma cadeia de Markov em tempo discreto pode ser utilizada para adicionar dependência entre as decisões de política monetária, retirando, por meio da regularização de Tikhonov, as expectativas de mudança de política monetária dos preços do mercado de FI futuro. Posteriormente, utilizam o modelo de Black para o apreamento de opções do tipo Call e Put incorporando as expectativas futuras do mercado com relação à mudança na política monetária, em que termina o escopo do presente trabalho. Por fim, são apresentados os resultados e as considerações finais.

2.1.1 Definições Básicas

Definição 1. *Processo estocástico é qualquer processo que descreve a evolução de um fenômeno aleatório no tempo. De fato, seja $(\Omega|\mathcal{F}|\mathbb{P})$ o espaço de probabilidade onde Ω é o espaço amostral, \mathcal{F} uma σ -álgebra dos subconjuntos de Ω e \mathbb{P} é uma medida de probabilidade em $(\Omega|\mathcal{F})$ e $\mathbb{P}(\Omega)=1$. Um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias X indexadas pelo tempo.*

Definição 2. *Um processo estocástico $\{W_t\}_{t \geq 0}$ com caminhos contínuos é dito ser um movimento browniano quando possui as seguintes características:*

- $W_0 = 0$
- $W_t - W_s \sim \mathcal{N}(0, t - s)$, onde $0 \leq s < t$
- $W_t - W_s$ e $W_u - W_r$ são independentes quando $0 \leq r \leq u \leq s < t$

2.1.2 Modelo de Vasicek

De acordo com Vasicek (1977), a taxa instantânea de juros de curto prazo $\{r_t\}_{t \geq 0}$ segue a seguinte dinâmica:

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t) dt + \sigma dW_t, \quad (2.1.1)$$

onde,

- θ é a média para onde a taxa de juros deve convergir no longo prazo;
- $\kappa > 0$ é a velocidade de reversão à média θ ;
- $\sigma > 0$ é a volatilidade da taxa de juros, medindo instante a instante a amplitude da aleatoriedade adicionada pelo W_t no modelo e;
- W_t é o movimento browniano conforme especificado anteriormente;

Para formalização do modelo, Vasicek leva em consideração que as taxas de juros não podem subir indefinidamente, o que traria um colapso para as economias. Ao contrário, de fato, as taxas de juros ao redor do mundo tendem a reverter para um ponto, respeitando os ciclos econômicos de expansão e contração da atividade. O fator do *drift* $\kappa(\theta - r_t) dt$ representa a mudança esperada da taxa em t , com θ sendo a média de longo prazo na qual a taxa deve reverter. De fato, caso $dW_t = 0$ a taxa de juros se mantém constante quando $r_t = \theta$. A variável κ é a velocidade na qual a taxa r_t se aproxima do valor de θ , assim quando $\theta < r_t$, o *drift* $\kappa(\theta - r_t)$ fica positivo criando a tendência de retorno de r_t ao equilíbrio. A solução da dinâmica do modelo de Vasicek é:

$$r_t = r_0 e^{-\kappa t} + \theta(1 - e^{-\kappa t}) + \sigma e^{-\kappa t} \int_0^t e^{\kappa s} dW_s. \quad (2.1.2)$$

Com média $E[r_t] = r_0 e^{-\kappa t} + \theta(1 - e^{-\kappa t})$ e variância $\text{Var}[r_t] = \frac{\sigma^2}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa t})$.

2.1.3 Cadeia de Markov aplicada às decisões monetárias

A cadeia de Markov pode ser descrita como um caso particular de um processo estocástico com estados discretos com a propriedade de que a distribuição de probabilidade do próximo estado depende apenas do estado atual e não na sequência de eventos que precederam. Ou seja, dados os estados i, j, k, \dots , a probabilidade de transição da cadeia de Markov é dada pela probabilidade condicional de fazer a transição do estado $x_n = i$ para $x_{n+1} = j$ $\iff p_{ij}(n) = \mathbf{Pr}(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$

Assim, uma matriz de probabilidade de transição $P(n)$ seria:

$$P(n) = \begin{pmatrix} p_{00}(n) & p_{01}(n) & p_{02}(n) & \cdots & p_{0j}(n) & \cdots \\ p_{10}(n) & p_{11}(n) & p_{12}(n) & \cdots & p_{1j}(n) & \cdots \\ p_{20}(n) & p_{21}(n) & p_{22}(n) & \cdots & p_{2j}(n) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots \\ p_{i0}(n) & p_{i1}(n) & p_{i2}(n) & \cdots & p_{ij}(n) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{array}{l} \dashrightarrow \sum p_{0j}(n) = 1 \\ \dashrightarrow \sum p_{1j}(n) = 1 \\ \dashrightarrow \sum p_{2j}(n) = 1 \\ \vdots \\ \dashrightarrow \sum p_{ij}(n) = 1 \\ \vdots \end{array}$$

Desta forma, conforme apresentado no gráfico 1.1, a política monetária geralmente respeita ciclos de altas e baixas nas taxas de juros. Assim, apesar de não ser possível definir quando irá começar ou terminar, um ciclo segue uma certa tendência por tempo indeterminado. A ideia, conforme explicado inicialmente, é que o Banco Central persiga uma meta de inflação utilizando como instrumento as taxas de juros.

Segundo levantado em DeGenaro (2017), em 17 anos de decisões, entre 2001 e 2018, a maior alta de juros foi de 75 *basis points (bps)* e a mínima foi de -100 *basis points (bps)*. O Banco Central optou por cortar a taxa de juros em 21 ocasiões, aumentar a taxa em 24 e não alterar a taxa nas outras 20 decisões. Segundo o autor, as probabilidades incondicionais de tais decisões são, respectivamente, 37%, 32% e 31%.

Levando em consideração que existe uma persistência na atuação do BACEN, é possível se utilizar da propriedade markoviana para estimar o caminho da taxa de juros.

Capítulo 3

O Modelo

De acordo com a B3, O contrato futuro de DI futuro (DI1) é um derivativo que "tem como ativo subjacente a taxa média diária dos Depósitos Interfinanceiros (DI), calculada e divulgada pela B3, compreendida entre a data de negociação, inclusive, e a data de vencimento, exclusive".¹ Sabendo que a taxa diária não se alterará a menos que seja dia de decisão do COPOM², os investidores estão, na prática, negociando as probabilidades implícitas de mudança da taxa over CDI entre as datas de reunião do COPOM até a data do vencimento T do contrato de DI. Supondo, por hipótese, a título de simplificação, que só teremos uma reunião do COPOM entre o dia t de compra e o vencimento T do contrato, é possível definir o valor do DI1 da seguinte forma: Assim,

$$DI1_T^t(Q_t, \theta_t) = \left[(1 + CDI_t)^{(du_1/252)} (1 + CDI_t + \theta_t Q_t)^{(du_2/252)} \right]^{(252/(du_1+du_2))} - 1 \quad (3.0.1)$$

Onde:

- DI_T^t é o contrato de DI futuro negociado em t com vencimento em T , cotado em taxa ao ano
- CDI_t é a taxa do CDI anual vigente em t
- du_1 é a quantidade de dias úteis entre t e o dia da decisão do COPOM
- θ_t é o vetor de possíveis mudanças³ no CDI em t .
- Q_t é o vetor das probabilidades de uma mudança de taxa θ em t
- du_2 é a quantidade de dias úteis entre o dia seguinte da decisão do COPOM e o dia anterior ao vencimento do contrato

¹Segundo o site da B3 (http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/listados-a-vista-e-derivativos/juros-e-inflacao/futuro-de-taxa-media-de-depositos-interfinanceiros-de-htm), consultado em 10/08/2019.

²Exceto em casos de convocação de reunião extraordinária.

³Quando a expectativa é de corte (DI futuro está abaixo da taxa DI vigente), θ_t toma valores como -0,25%, -0,5%. Analogamente, quando a expectativa é de alta (DI futuro está acima da taxa DI atual) na taxa de juros, θ_t toma valores como 0,75%, 1%.

Com esse conceito em mente, Genaro e Avellaneda (2017) aplicaram a mesma lógica para o IDI, levando em consideração, além disso, um conjunto \mathcal{A} de possibilidades de mudanças monetárias θ_n a serem adicionados ao CDI_{t_2} . Esse conjunto \mathcal{A} é geralmente pequeno e, conforme os autores, em geral apenas três ou menos alternativas são ventiladas pelos *policy makers* e investidores com probabilidade \mathbb{Q}_n . Ainda segundo eles, θ_n costuma assumir valores múltiplos de um valor conhecido, por exemplo, 25bps (0,25%). De fato, desde 2000 as decisões sempre respeitaram essa afirmação. Com essas informações e com a definição do IDI apresentada inicialmente, é possível definir o IDI no futuro (IDI_f), mais precisamente no vencimento do contrato de uma opção. Define-se então IDI_f :

$$IDI_f(\mathbb{Q}_t\theta_t) = IDI_{reuniao}(1 + CDI_t + \theta_t\mathbb{Q}_t)^{(du_2/252)} \quad (3.0.2)$$

- $IDI_{reuniao} = IDI_t(1 + CDI_t)^{(du_1/252)}$
- IDI_t é o IDI no dia do resultado do COPOM e;
- CDI_t , du_1 , du_2 , θ_t e \mathbb{Q}_t conforme definidos anteriormente

3.1 Extração das probabilidades de política monetária

Sabendo que o conjunto de possíveis resultados na mudança de política monetária é finito os autores utilizaram a regularização de Tikhonov (Ridge) para extrair do mercado futuro de DI as probabilidades implícitas de mudança de política monetária. No presente trabalho foi utilizada a mesma técnica. Supondo um contrato de DI futuro ($DI1_T^{t*}$) cotado no mercado, minimizamos o \mathbb{Q} para um conjunto θ de mudanças monetárias:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbb{Q}} \quad & \frac{1}{2}[DI1_T^{t*} - DI1_T^t(\mathbb{Q}_t\theta_t)]^2 - \gamma\|\mathbb{Q}_t - \mathbb{Q}_{t-1}\| \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{n=1}^N \mathbb{Q}_n = 1 \\ & \mathbb{Q}_n \geq 0 \quad \forall n \in N \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

Onde

- $DI1_T^t(\mathbb{Q}_t\theta_t)$ é igual ao definido em 3.0.2
- \mathbb{Q}_{t-1} são as probabilidades de θ no dia anterior.⁴

⁴Para o palpite inicial são utilizadas as probabilidades condicionadas à última decisão do COPOM

3.2 Apreçamento de opção - modelo de Black

Por último os autores utilizam uma variação do modelo de Black (BLACK, 1976) para o apreçamento das opções de IDI. Como o contrato de DI é análogo⁵ a um *Zero-coupon bond*, o modelo de Black é perfeitamente enquadrado na função. O modelo para uma call foi definido por Black (1976) como:

$$c = e^{-rT}[FN(d_1) - KN(d_2)] \quad (3.2.1)$$

onde:

$$- d_1 = \frac{\ln(F/K) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$- d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- N é a função de distribuição cumulativa da normal

- σ é a volatilidade da taxa DI desconsiderando as mudanças de política monetária

$$- F = IDI_f(\mathbb{Q}_t\theta_t)$$

Os autores utilizam o modelo de Black com um processo de salto discreto e determinístico que representa a reunião do COPOM.

$$Call(t, T, K, \mathbb{Q}_t, \theta_t) = [(P(t, T) (IDI_f(\mathbb{Q}_t\theta_t)N(d_1) - KN(d_2)))] \quad (3.2.2)$$

Em que:

$$- P(t, T) = (1 + DI1_T^t(\mathbb{Q}_t\theta_t)^{(du_1+du_2)/252})^{-1}$$

- IDI_f , du_1 , du_2 e $DI_T^t(\mathbb{Q}_t\theta_t)$, \mathbb{Q}_t , θ_t conforme definidos anteriormente

⁵O detentor de um contrato de compra ou venda de DI futuro paga o ajuste diário com a diferença entre a taxa pactuada e a do fechamento do dia.

Capítulo 4

Resultados

O primeiro passo da implementação do modelo consiste em recuperar do mercado de DI futuro as expectativas dos agentes de uma mudança monetária. Conforme elucidado anteriormente, para a minimização é possível considerar apenas um conjunto pequeno de cenários. Mesmo, à título de um experimento, analisando um momento de mercado de extrema incerteza ¹ quanto à direção e magnitude da mudança utilizando conjunto $\mathcal{A} = \{0, -0,25\%, -0,50\%\}$ de 5 diferentes decisões do COPOM, vemos abaixo que o mercado não atribui probabilidades relevantes para o que seriam eventos caudais.

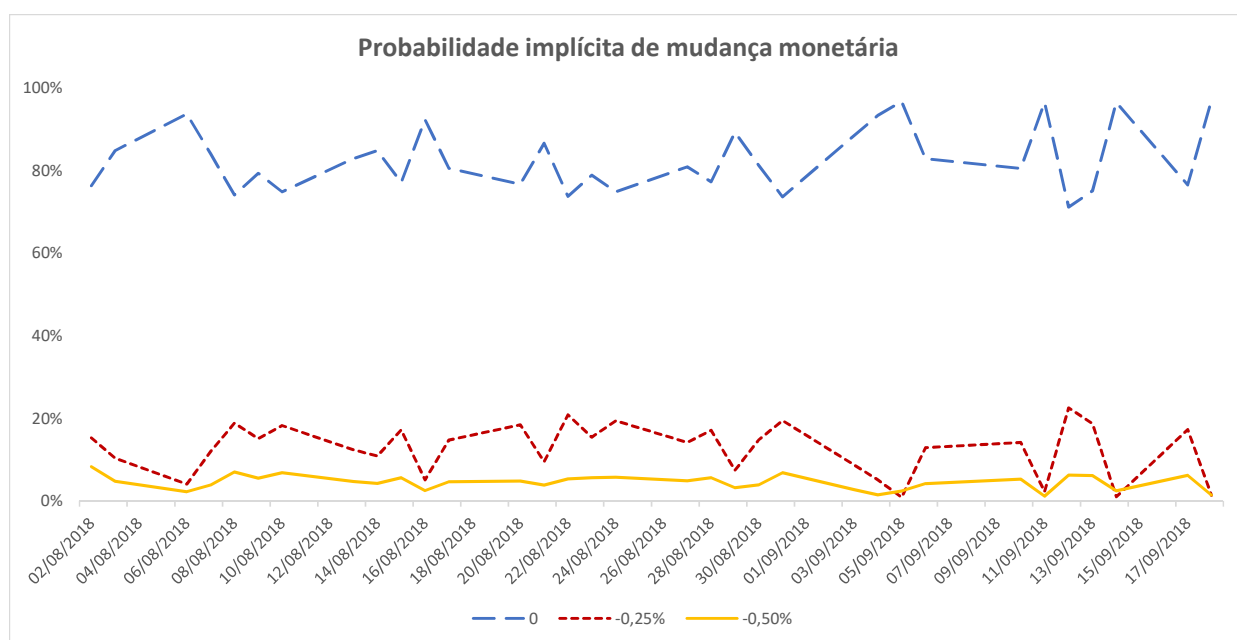


Figura 4.1: Probabilidades implícitas em momento de grande incerteza

¹em 2013 o BC decidiu, apesar dos níveis de inflação acima dos estabelecidos como saudáveis, reduzir a taxa de juros para incentivar mais a economia. Além disso, o COPOM ainda não adotava boas medidas de comunicação e transparência que adota hoje.

Para o período objeto desta análise (Agosto e Setembro de 2018), visto que estávamos em um ciclo de expansão monetária com os índices de inflação comportados abaixo da meta, foi utilizado o conjunto $\mathcal{A} = \{0, -0,25\%, -0,50\%\}$. Com isso, após a minimização apresentada em 3.1, foram obtidas as probabilidades abaixo para todos os dias entre 01/08/2018 e o dia da reunião seguinte do COPOM em 18/09/2018.

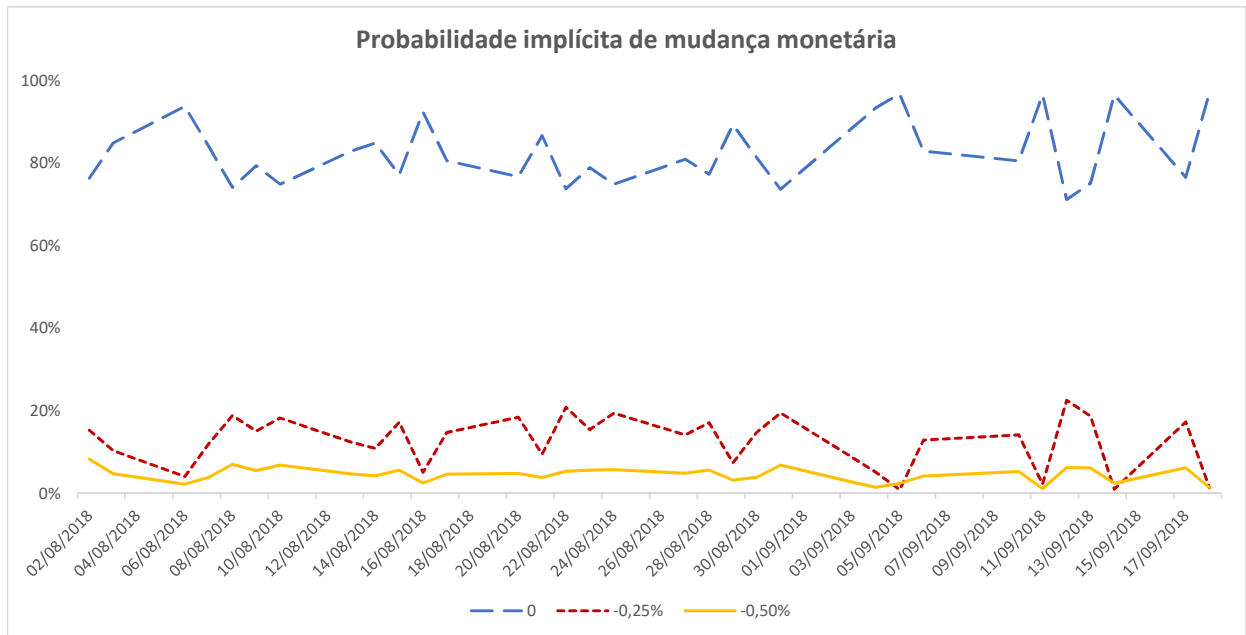


Figura 4.2: Probabilidades implícitas de corte de juros

A volatilidade(σ), aplicada no modelo modificado de Black(3.2.1), para precificação foi estimada em 0,006%, utilizando os retornos diários da taxa DI(3.0.2) excluindo os dias em que houveram mudanças de taxa definidas pelo COPOM.

Com o resultado anterior foi possível aplicar no modelo modificado de Black, apresentado em 3.2.1, o vetor das probabilidades de mercado para apreçamento das opções de IDI. Os resultados apresentados abaixo são comparados com dados de mercado disponibilizados pela B3 nos dias 09/08/2018, 29/08/2018 e 05/09/2018.

Figura 4.3: Resultado em 09/08/2018

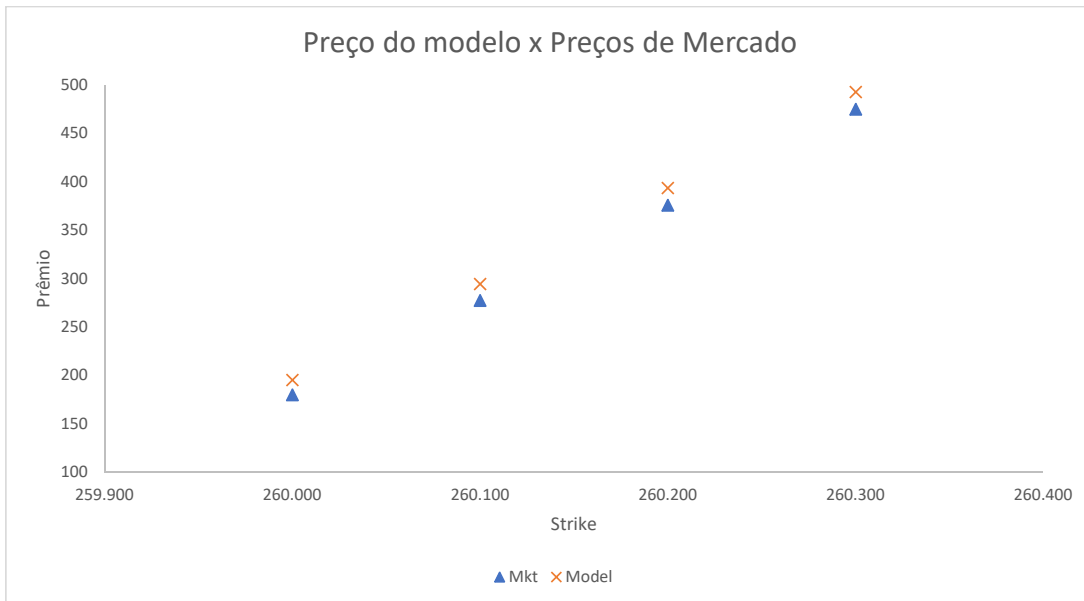


Tabela 4.1: Resultado em 09/08/2018

Strike	Mkt	Model	Black	Erro Model(%)	Erro Black(%)
260.000,00	179,88	195,25	267,50	8,5	48,71
260.100,00	277,36	294,36	366,61	6,12	32,17
260.200,00	375,93	393,48	465,73	4,66	23,88
260.300,00	474,92	492,60	564,85	3,72	18,93

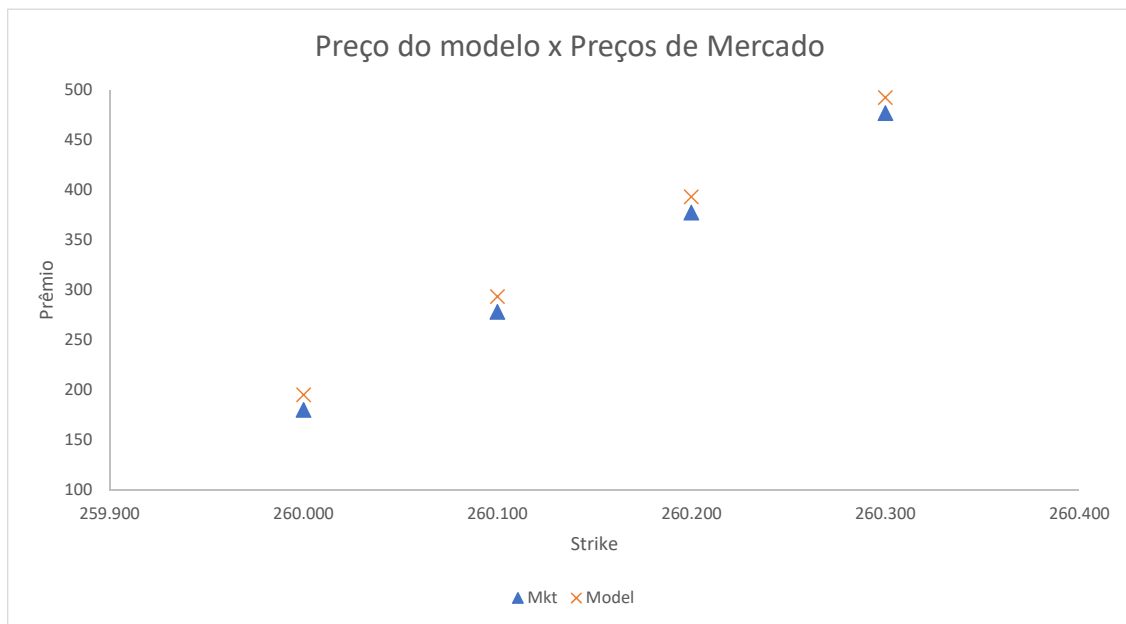


Tabela 4.2: Resultado em 29/08/2018

Strike	Mkt	Model	Black	Erro Model(%)	Erro Black(%)
260.000,00	180	195,06	252,44	8,36	48,61
260.100,00	278,08	293,57	365,82	5,57	31,55
260.200,00	377,45	393,03	465,28	4,12	23,26
260.300,00	476,88	492,49	564,74	3,27	18,42

Figura 4.5: Resultado em 05/09/2018

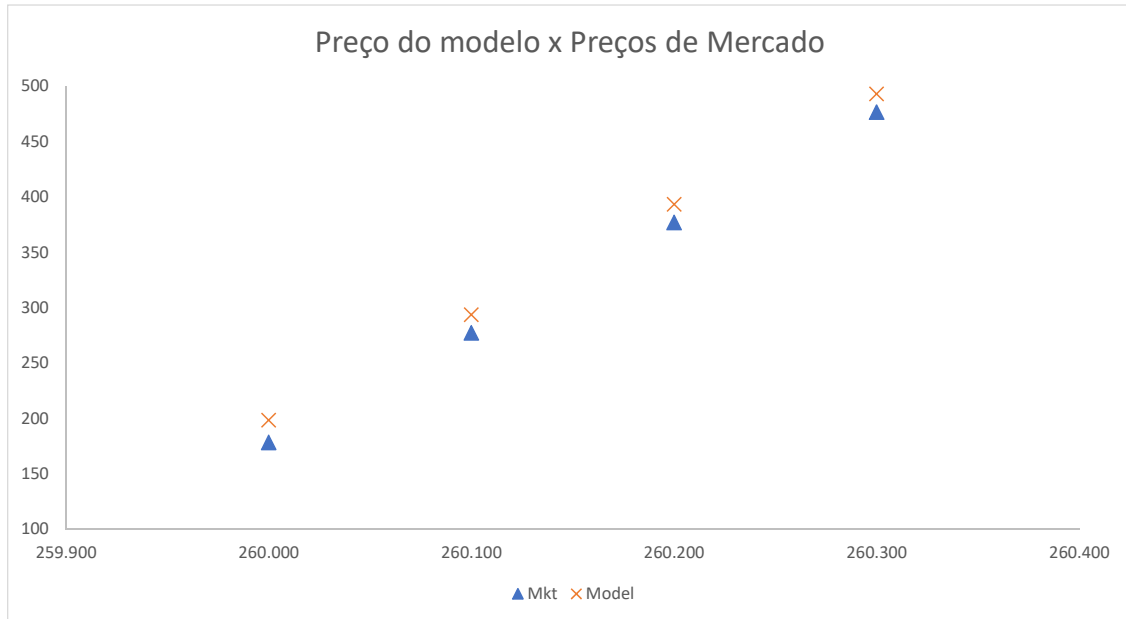


Tabela 4.3: Resultado em 05/09/2018

Strike	Mkt	Model	Black	Erro Model(%)	Erro Black(%)
260.000,00	178,28	198,40	250,53	11,28	50,04
260.100,00	277,23	293,66	365,91	5,92	31,98
260.200,00	376,81	393,24	465,49	4,36	23,53
260.300,00	476,39	492,82	565,07	3,44	18,61

Conforme explicado anteriormente, como se trata de um período de expansão monetária, ou seja, de redução da taxa de juros para estímulo da economia, os resultados mostram a diferença entre os preços do modelo com os preços do mercado apenas para opções do tipo *Put*. A mesma análise para opções do tipo *Call* não teriam, portanto, a mesma profundidade dado que o mercado atribuía apenas probabilidades desprezíveis de um aumento na taxa básica de juros.

Para ilustrar a eficácia do modelo, foram utilizadas opções com apenas uma reunião entre o dia do negócio e o vencimento da mesma. Com a proximidade da reunião é possível crer que os agentes que negociaram as opções buscavam distorções entre as probabilidades atribuídas pelo mercado, conforme obtido em 4.2, e suas próprias crenças.

É sabido que quanto menor o tempo até o vencimento, menor será o grau de incerteza. Isso, claro, levando em consideração que o evento (alteração nos juros feita pelo Banco Central), ocorrerá em tempo determinístico. Isso porque agentes teriam mais acesso às informações necessárias para mapear a ação do BC. Assim, os agentes darão menos peso às suas convicções acerca da condução de política monetária no longo prazo e optarão por explorar possíveis arbitragens no mercado.

Esse comportamento dos investidores pode ser um fatores que explica a diferença entre o preço do modelo e o obtido no mercado. Como o grau de incerteza pode ser considerado baixo, isto é, apesar do mercado de DI apresentar probabilidades para outros cenários, na

prática o resultado do COPOM era muito previsível e, de fato, o comitê optou, na reunião de 19/09/2018, em manter a taxa SELIC em 6,5% ao ano, o que resultou num índice IDI de 259.809,3 quando do vencimento da opção em 01/10/2018. Assim, para o comprador da *Put* que tinha convicção na manutenção da taxa, não fazia sentido considerar outros cenários que não manutenção. Desta maneira, ao utilizar o prêmio proposto no modelo estaria perdendo dinheiro.

No mercado de opções de IDI, devido a sua baixa liquidez, apesar das operações registradas na bolsa, as negociações são feitas no que é chamado de mercado de balcão. Isto é, as ofertas não ficam indicadas no livro de ofertas como acontece em outros mercados como o DI futuro e ações. O preço é negociado por operadores ao telefone entre as duas partes. Devido a baixa liquidez, é provável que o preço "justo" (que seria o preço do modelo) se desvie nas negociações. Outra possível explicação para as pequenas diferenças entre os preços do modelo e os do mercado pode vir do fato de que o modelo desconsidera os custos de negociação exigidos como custo de corretagem e emolumento cobrado pela B3.

Além das possíveis justificativas elencadas anteriormente, atribui-se, no entanto, o maior peso à volatilidade intradiária do mercado de DI futuro. O modelo utiliza dados de fechamento (*ex-post*), enquanto no mercado a negociação é dinâmica (*ex-ante*). Os preços do mercado são tomados em momento específico do dia e, nesse momento, certamente tiveram influência de fatores diversos, como fluxo de notícias ou dados econômicos. Desta forma, as taxas poderiam estar indicando outras probabilidades divergentes das obtidas na otimização proposta pelo modelo e apresentada em 4.2.

Na prática, o modelo serve como um excelente indicativo de preço justo, visto que os resultados têm uma ótima aderência aos preços praticados, e apresenta apenas algumas poucas e razoáveis restrições.

Capítulo 5

Conclusão

Neste trabalho foi implementado o modelo utilizado no artigo DeGenaro e Avellaneda (2017). A motivação é clara e objetiva. Com a adoção do regime de metas de inflação após implantação do plano Real, a política monetária passou a ser mais transparente e a perseguir, através de mudanças na taxa básica de juros, um número chave de inflação. Posto isto, a taxa básica de juros, a SELIC, baliza (serve como *benchmark*) a remuneração da grande maioria dos contratos de investimentos, sejam eles em ativos financeiros ou físicos. Ou seja, uma empresa que precisa captar recursos para fazer um investimento tomará emprestado de um banco que a cobrará uma remuneração baseada na SELIC. Este banco, por sua vez, também captará no mercado, emitindo, por exemplo, um CDB¹ a um percentual do CDI. Assim, fica nítida a importância desta taxa na economia brasileira.

Contextualizada a relevância da taxa SELIC, os agentes podem se utilizar de instrumentos de derivativos que replicam as expectativas futuras da taxa de juros para se protegerem de flutuações inesperadas ou até mesmo especular sobre o destino que terá a taxa no futuro. O mercado de futuro de DI, que pode ser lido como uma aproximação de alta ordem da taxa SELIC, é o principal instrumento² utilizado para estes fins, além de ser o mercado mais líquido do país, o que o aproxima do conceito de mercado completo sem possibilidades de arbitragem. Outro produto em que os agentes de mercado podem procurar proteções ou especular é o que foi explorado no artigo objeto que motivou o presente trabalho, a opção sobre o índice IDI.

Para alcançar os resultados apresentados no capítulo 4, foi necessário extrair dos preços do mercado de DI as expectativas implícitas de mudança monetária para daí, de posse dessas expectativas, aplicá-las no modelo utilizado pelos autores em DeGenaro e Avellaneda (2017). Depois de arbitrados os possíveis valores de choque monetário³, que levam em consideração se a economia se encontra em momento expansionista ou contracionista do ciclo, é possível recuperar as probabilidades dos cenários arbitrados se realizarem, de acordo com as expectativas dos agentes de mercado. Uma vez estimadas as probabilidades, foi possível aplicá-las no modelo modificado de Black para se chegar ao preço teórico justo das opções de IDI.

Eventuais diferenças entre o modelo e os preços de mercado podem ter relação com as preferências dos agentes que negociaram a operação (probabilidades diferentes das extraídas do mercado), o *timing* da execução (enquanto modelo utiliza dados de fechamento, os preços de mercado variam durante o pregão) e/ou a liquidez do dia. No entanto, a aderência do resultado

¹Certificado de Depósito Bancário (CDB) é um título nominativo privado emitido por instituições financeiras e vendidos ao público como forma de captação de recursos.

²O mercado também utiliza os swaps Pré x DI que são negociados bilateralmente em mercado de balcão mas registrados na B3.

³O modelo pode ser extrapolado para muitos cenários, que certamente mostrariam probabilidades zero ou desprezíveis.

do modelo implementado em DeGenaro e Avellaneda (2017) com os preços de mercado é, de fato, muito grande e, pela simplicidade e aplicabilidade, pode ser utilizada na prática por agentes de mercado que procuram uma proteção de uma variação da taxa de juros ou buscam especular sobre as mudanças de taxa promovidas pelo Banco Central.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Leonardo Alves de; SCHIRMER, Pedro Paulo Serpa; YOSHINO, Joe. Derivativos de renda-fixa no Brasil: modelo Hull-White. Revista Pesquisa e Planejamento Economico. vol 33 : n.2 Rio de Janeiro: IBMEC, 2002.

ALMEIDA, Caio e VICENTE, Jose. Term Structure Movements Implicit in Asian Option Prices. Quantitative Finance vol. 12 : 119 – 134, 2012

De Genaro, Alan; AVELLANEDA, M. Pricing Interest Rate Derivatives Under Monetary Changes. International Journal of Theoretical and Applied Finance, p. 1-28, 2018.

GIAMBIAGI, Fabio; CARVALHO, José Carlos. As metas de inflação: sugestões para um regime permanente. Rio de Janeiro: Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 2001. 27 p. (Textos para discussão ; 86).

MAMON, Rogemar. Three Ways to Solve for Bond Prices in the Vasicek Model. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences. vol. 8, No. 1: 1 – 14 2004

MÜLLER, Leonardo. Mathematical Methods in Finance: Modeling and Numerical Analysis. PhD Thesis. Rio de Janeiro: IMPA, 2009

VASICEK, Oldrich. An equilibrium characterization of the term structure. Journal of Financial Economics, vol. 5, No. 2: 177 – 188, 1977

ZUBELLI, Jorge (2005). Inverse problems in finance: A short survey on calibration techniques. Proceedings of the Second Brazilian Conference on Statistical Modelling in Insurance and Finance : 64 – 76.