Ilydio Pereira de Sá
Vinícius Gusmão P. de Sá

A pergunta que consta do título deste artigo pode parecer descabida, mas sua resposta não tem nada de trivial. No contexto das transações comerciais e financeiras, nem tudo é o que parece. Talvez quase nada o seja.

Vejamos um exemplo. Uma mercadoria está sendo vendida com 20% de desconto no pagamento à vista. Oferece-se também a opção de cheque pré-datado para 30 dias pelo preço da tabela, sem juros. Quanto estará, em verdade, pagando de juros o cliente que optar pelo cheque pré-datado?

Esse tipo de oferta é muito comum no comércio. Os anúncios fazem crer que se pode levar agora o produto e pagar por ele apenas no mês seguinte sem nenhuma desvantagem. Balela. Trata-se de artifício que confunde o consumidor menos informado, pois disfarça, na forma de um alegado desconto no pagamento à vista, o que são de fato os juros do pagamento a prazo. O preço justo do produto é, evidentemente, seu preço à vista; este é o preço pelo qual o produto pode ser adquirido, é quanto o produto *vale*, para todos os efeitos, sob o ponto de vista do comprador. O vendedor não está sendo caridoso ou cobrando mais barato na compra à vista; está, sim, cobrando mais caro no caso em que o pagamento não é efetuado no ato. Em outras palavras, está cobrando juros.

Ainda mais dramático que o disfarce dos juros nos anúncios é o fato de que sua taxa é *maior* do que a do desconto que se está supostamente oferecendo. No exemplo dado, suponhamos que o "preço de tabela" do produto fosse R$ 200,00. Dessa forma, com os tais 20% de desconto, quem comprasse à vista pagaria R$ 160,00 – que é, para todos os efeitos, o preço real da mercadoria. Quem utilizasse o cheque pré-datado, portanto, estaria deixando de pagar R$ 160,00 e pagando R$ 200,00 pelo mesmo produto, no mês seguinte. Ou seja, R$ 40,00 de juros incidiram sobre os R$ 160,00 do preço à vista; logo, a taxa de juros da operação é de 40/160 = 0,25, isto é, 25%.

As coisas poderiam ser ainda piores.

Imagine que a compra seja dividida em duas prestações "sem juros", na forma de uma entrada de R$ 100,00 e de um cheque pré-datado para 30 dias cobrindo os R$ 100,00 restantes. Ora, nesse caso, o saldo devedor, que será quitado no prazo de um mês, é apenas de R$ 60,00, referentes à diferença entre os R$ 160,00 do preço à vista e os R$ 100,00 *que já foram pagos no ato da compra*. O cliente sai da loja devendo, portanto, R$ 60,00, mas pagará outros R$ 100,00 para quitar sua dívida! Os juros foram novamente de R$ 40,00; nesse caso, porém, e lembrando que *juros só fazem sentido se calculados sobre saldos devedores*, os R$ 40,00 a mais foram cobrados por uma dívida de apenas R$ 60,00, o que nos dá uma taxa de 40/60 = 0,666...

Ou seja, aproximadamente 67% teria sido a taxa de juros praticada.

Fica claro que duas vezes 100 nem sempre é exatamente 200?

Pelo menos, não foi o que aconteceu no pagamento parcelado – e "sem juros" – da situação que acabamos de discutir. Sob a ótica do comprador, duas parcelas de R$ 100,00 lhe adquiriram um produto que custava, na verdade, apenas R$ 160,00. Por outro lado, sob o ponto de vista do vendedor, as mesmas duas parcelas permitiram-lhe uma transação que lhe rendeu juros à gorda taxa de 67% ao mês (ou, se quisermos pensar em valores absolutos, o vendedor, ao fim de 30 dias, colocará no bolso os R$ 100,00 da segunda prestação mais os R$ 100,00 pagos na entrada corrigidos no tempo por uma aplicação financeira qualquer; na prática, mais do que R$ 200,00 – e bem mais do que R$ 160,00).

Vamos adiante. Se alguém lhe pergunta: você prefere receber R$ 100,00 ou R$ 120,00? Certamente, você escolhe de imediato os R$ 120,00 e desconfia da sanidade mental do perguntador. Mas e se a pergunta, na verdade, é: você prefere receber R$ 100,00 hoje ou R$ 120,00 daqui a cinco anos? Aí você para e pensa. E deve concluir, acertadamente, que ganhar R$ 100,00 hoje é mais vantajoso do que ganhar R$ 120,00 daqui a cinco anos, pois, se investir os R$ 100,00 numa aplicação tão conservadora quanto, por exemplo, a caderneta de poupança, terá, salvo alguma catástrofe econômica, bem mais do que R$ 120,00 ao fim daquele período.

Fundamental, em matemática comercial e financeira, é *o valor do dinheiro no tempo*, conceito tão simples quanto negligenciado pela maioria das pessoas. Não podemos operar diretamente com valores monetários referentes a datas distintas. É necessário que coloquemos todos os valores numa mesma data, valorizando-os ou desvalorizandoos na linha do tempo.

O desrespeito a esse conceito dá origem a erros graves, e não são poucos os que temos visto em revistas, programas de televisão, apostilas, anúncios e até mesmo em livros didáticos. Um dos erros cotidianos mais prosaicos ocorre quando, ao se depararem com prestações fixas do tipo 12 × R$ 200,00, as pessoas calculam o preço financiado efetuando a multiplicação 12 × 200 = R$ 2.400,00, cometendo, assim, o mesmo tipo de erro que destacamos em nosso primeiro exemplo.

Para fechar o assunto e ressaltar a importância de raciocinarmos corretamente com o valor do dinheiro no tempo, vejamos mais uma situação prática. Uma pessoa compra uma televisão em duas prestações de R$ 650,00, uma no ato da compra e outra para 30 dias. Qual a taxa de juros embutida nessa transação, se o preço do aparelho à vista é de R$ 1.200,00?

A maneira incorreta – e que é, infelizmente, a mais encontrada – de se responder à pergunta considera que, ao fim dos 30 dias, o total pago terá sido de 2 × R$ 650,00 = R$ 1.300,00; logo, teriam incidido juros de R$ 100,00 sobre os R$ 1.200,00 do preço à vista do televisor. Sua taxa seria, dessa forma, de 100/1200, ou aproximadamente 8,3%.

A solução correta, que não ignora o *valor do dinheiro no tempo*, considera que, após ter sido feito um pagamento de R$ 650,00 no ato da compra, dos R$ 1.200,00 que teriam que ser pagos pelo aparelho restariam apenas R$ 1.200,00 – R$ 650,00 = R$ 550,00. Essa é a dívida que será quitada apenas 30 dias depois, e não o preço à vista integral do produto. Como o cheque pré-datado tem valor de R$ 650,00, foram cobrados juros de R$ 100,00 *sobre os* R$ 550,00 *que eram devidos*! Calculando a taxa de juros, encontramos 100/550 = 0,181818..., que corresponde a aproximadamente 18%.

Lembremos sempre que:

• as taxas de juros devem ser calculadas sobre o saldo devedor e não sobre o valor total da mercadoria;

• quando há incidência de juros ou inflação, nunca se deve operar com valores monetários que estejam referidos a datas distintas, ou seja, nas compras financiadas, devemos resistir à tentação de somarmos, pura e simplesmente, o valor das prestações. No caso de prestações fixas, podemos recorrer a uma consulta na tabela *Price*, evitando cálculos mais elaborados.

Ilydio Pereira de Sá é doutorando em Educação Matemática (UNIBAN-SP), professor da UERJ e da Universidade Severino Sombra (Vassouras, RJ).

Vinícius Gusmão P. de Sá é doutor em Engenharia de Sistemas e Computação (UFRJ).

Hideo Kumayama
São Bernardo do Campo, SP

Freqüentemente deparamos com anúncios semelhantes ao do quadro abaixo.

> *TV* a *cores: Cr$780.800,00* à vista *ou em três pagamentos* mensais *de Cr$390.400,00, o primeiro um mês após* a *compra.*

Aí surge a indagação: qual é a taxa mensal de juros cobrada no pagamento parcelado?

Para resolver esse problema, representemos por i a taxa mensal de juros cobrada pela loja e lembremos que um pagamento igual a *P,* hoje, equivale a um pagamento igual a $P+Pi = (1+i)P$ daqui a um mês; equivale a um pagamento igual a $(1+i)P+i(1+i)P = (1+i)^2P$ daqui a dois meses, ...; equivale a um pagamento igual a $(1+i)^nP$ daqui a n meses.

Em suma, um pagamento igual a P, hoje, equivale daqui a n meses a um pagamento igual a F, de modo que $F = P(1+i)^n$ ou, o que é o mesmo, $P = \dfrac{F}{(1+i)^n}$, ou seja, o valor presente é obtido dividindo o valor futuro por $(1+i)^n$.

Ora, em uma compra a prazo, usualmente o pagamento é feito em *n* parcelas iguais a *P.* Qual é o valor desse conjunto de pagamentos mensais, um mês antes do primeiro pagamento, isto é, na época zero?

Devemos trazer o 1° pagamento para 1 mês atrás, o 2.° pagamento para 2 meses atrás, etc. Obtemos:

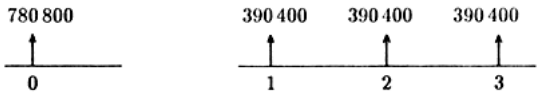
$$A = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n},$$

que é a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é $P/(1+i)$ e cuja razão é $(1+i)^{-1}$. Temos então:

$$A = \frac{P}{1+i} \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{1-(1+i)^{-1}}, \qquad \text{ou seja,} \qquad A = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{1}.$$

A fórmula acima é o resultado básico sobre pagamento parcelado em parcelas iguais e igualmente espaçadas no tempo. *P* é o valor das prestações, *n é* o número de pagamentos, *i* é a taxa de juros (relativa ao período entre prestações sucessivas) e *A é* o valor do conjunto de pagamentos, um período antes do 1.° pagamento.

No caso do anúncio, tomando o mês da compra como o mês zero, temos as opções equivalentes de pagamento



Igualando os valores na época zero, obtemos

$$780800 = 390400 \cdot \frac{1-(1+i)^{-3}}{i}.$$

Um processo bastante eficiente para resolver essa equação é o método das aproximações sucessivas. Escrevemos a equação na forma

$$i = \frac{390400}{780800} \cdot [1-(1+i)^{-3}], \qquad \text{isto é} \qquad i = \frac{1-(1+i)^{-3}}{2}$$

e obtemos aproximações

$$i_0, i_1, i_2, \ldots \quad \text{com } i_0 \text{ arbitrário e } i_{k+1} = \frac{1-(1+i)^{-3}}{2}.$$

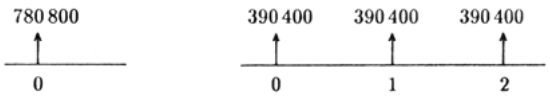
É claro que, se tivermos $i_{k+1} = i_k$, esse valor comum a i_k e i_{k+1} é a raiz da equação.

Começando, por exemplo, com $i_0 = 0{,}100$, obtemos

$i_1 \approx 0{,}124$	$i_2 \approx 0{,}148$	$i_3 \approx 0{,}170$	$i_4 \approx 0{,}188$	$i_5 \approx 0{,}201$
$i_6 \approx 0{,}212$	$i_7 \approx 0{,}219$	$i_8 \approx 0{,}224$	$i_9 \approx 0{,}227$	$i_{10} \approx 0{,}230$
$i_{11} \approx 0{,}231$	$i_{12} \approx 0{,}232$	$i_{13} \approx 0{,}233$	$i_{14} \approx 0{,}233$	

portanto, $i \approx 0{,}23 = 23\%$ ao mês.

E se o primeiro pagamento fosse no ato da compra? Teríamos as opções equivalentes de pagamento:



Igualando os valores na época — 1 (lembre-se que dispomos de uma fórmula que dá o valor do segundo conjunto de pagamentos, um período antes do primeiro pagamento), obtemos:

$$\frac{780800}{1+i} = 390400\frac{1-(1+i)^{-3}}{i}, \quad \text{ou seja,} \quad i = \frac{1+i-(1+i)^{-2}}{2}$$

A equação acima é do 2º grau. Apesar disso, vamos resolvê-la por aproximações sucessivas.

Tomamos i_0 arbitrário, $i_{k+1} = \dfrac{1+i_k-(1+i_k)^{-2}}{2}$.

Começando com $i_0 = 0{,}800$, obtemos:

$i_1 \approx 0{,}746$	$i_2 \approx 0{,}709$	$i_3 \approx 0{,}683$	$i_4 \approx 0{,}665$	$i_5 \approx 0{,}652$
$i_6 \approx 0{,}643$	$i_7 \approx 0{,}636$	$i_8 \approx 0{,}631$	$i_9 \approx 0{,}628$	$i_{10} \approx 0{,}625$
$i_{11} \approx 0{,}623$	$i_{12} \approx 0{,}622$	$i_{13} \approx 0{,}621$	$i_{14} \approx 0{,}620$	$i_{15} \approx 0{,}620$

portanto, $i \approx 0{,}62 = 62\%$ ao mês.

Referências Bibliográficas

[l] GARCIA, J. C. *A vista com desconto ou* a prazo sem *juros?*. RPM 20, 1992.

[2] D'AMBRÓSIO, N. & D'AMBRÓSIO, U. *Matemática comercial e financeira.* São Paulo, Nacional, 1971.

[3] COELHO, S. T. *Matemática, financeira e análise de investimentos.* São Paulo, Nacional, 1979.

[4] VIEIRA SOBRINHO, J. D. *Matemática financeira.* São Paulo, Atlas, 1987.