

Divisibilidade, MDC e o Teorema Fundamental da Aritmética - Problemas

Carlos Gustavo Moreira - IMPA

Problemas Propostos

Problema 1. Prove que, para todo inteiro positivo n o número $n^5 - 5n^3 + 4n$ é divisível por 120.

Problema 2. Seja $n > 1$ e k um inteiro positivo qualquer. Prove que $(n-1)^2|(n^k-1)$ se, e somente se, $(n-1)|k$.

Problema 3. (IMO 1998) Determine todos os pares de inteiros positivos (x, y) tais que $xy^2 + y + 7$ divide $x^2y + x + y$.

Problema 4. Demonstrar que $\text{mdc}(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^{\text{mdc}(a,b)} - 1$ para todo $a, b \in \mathbb{N}$.

Problema 5 (IMO1997). Encontre todos os pares (x, y) de inteiros positivos tais que $x^{y^2} = y^x$.