

Modelos equiprováveis (ou não?)

Paulo Cezar Pinto Carvalho

Praticamente todas as situações probabilísticas estudadas no Ensino Básico envolvem modelos equiprováveis, ou seja, são modeladas por um espaço amostral finito $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, com cada um dos resultados tendo a mesma probabilidade $1/n$ de ocorrer. Neste caso, a probabilidade de um evento $A \subset S$ é dada por

$$P(A) = n(A) \cdot \frac{1}{n} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

É preciso cuidado, porém, para não utilizar a expressão acima de forma equivocada. Não basta contar possibilidades totais e favoráveis; é preciso que essas possibilidades tenham, de fato, a mesma chance de ocorrer, ou seja, que o modelo em que o espaço amostral é dado por essas possibilidades seja equiprovável. Para tal, é preciso haver um argumento, baseado em algum tipo de simetria, que dê suporte à equiprobabilidade. Alguns exemplos em que isso ocorre são:

- Observação da face de apoio (ou voltada para cima, quando existir) no lançamento de um poliedro regular (ou pelo menos um sólido em que as faces possam coincidir por simetria), construído com um material homogêneo.
- Retirada de uma carta de um baralho formado por cartas idênticas
- Retirada de uma bola de uma urna, contendo bolas idênticas

Nas atividades a seguir, vamos exercitar a construção de modelos equiprováveis adequados para diversas situações (ou, se for o caso, determinar que um modelo equiprovável não deve ser utilizado para a situação). Na maior parte dos casos abaixo, uma vez identificado o modelo equiprovável adequado, a resolução é imediata, requerendo pouco (ou mesmo nenhum) cálculo. As respostas para todas as atividades serão distribuídas no final da semana.

1. João vai disputar uma corrida com outros 4 amigos. Qual é a probabilidade de que João seja o vencedor?
2. Cinco amigos vão disputar uma corrida. Antes da corrida, cinco camisetas de cores amarela, azul, verde, vermelha e cinza serão sorteadas entre eles. Qual é a probabilidade de que o menino da camiseta amarela vença a corrida?
3. *A probabilidade de que em três lançamentos de uma moeda honesta saiam exatamente duas caras é $1/4$, já que há 4 possibilidades para a quantidade de caras obtidas: 0, 1, 2 ou 3, com apenas uma dessas possibilidades sendo favorável ao evento. Certo ou errado?*
4. Os alunos de uma turma organizaram uma rifa, em que 15 alunos compraram 1 bilhete, 10 compraram 2 bilhetes e 5 compraram 3 bilhetes. É mais provável que o aluno sorteado tenha comprado 1, 2 ou 3 bilhetes?

5. Três alunos discutem sobre o seguinte problema. *Qual é a probabilidade de que a soma dos resultados obtidos ao se lançar dois dados equilibrados **idênticos** seja 7?*
- Alberto diz: Há 36 casos possíveis para os resultados, dos quais 6 são favoráveis. Logo, a probabilidade de dar soma 7 é $1/6$.
 - Beatriz discorda: Como os dados são idênticos, não faz sentido distinguir os resultados (1, 2) e (2, 1), por exemplo. Logo, há apenas 21 casos possíveis, dos quais 3 são favoráveis. A probabilidade de dar soma 7 é $1/7$.
 - Carlos discorda de ambos: Vocês dois estão complicando a situação sem necessidade. Há 11 somas possíveis (de 2 a 12). A probabilidade de dar soma 7 é $1/11$.
- Quem está certo?
6. Em uma reunião de condomínio, as 10 vagas existentes, numeradas de 1 a 10, vão ser distribuídas, por sorteio, entre os 10 condôminos, mas todos querem a vaga de número 7. Dez pedaços idênticos de papel dobrado, cada um com um dos números de 1 a 10, são colocados em uma caixa. Cada um dos condôminos, um por vez, retira um papel da caixa. É melhor ser o primeiro ou o último a retirar? Por que?
7. Em uma caixa há 5 bolas brancas e 5 pretas, idênticas a menos da cor. Bolas são retiradas uma a uma, sem reposição.
- a) Qual é a probabilidade de que a primeira bola retirada seja branca e a segunda preta? Comente a seguinte possível solução: *Há quatro possibilidades para o par de bolas retiradas: BB, BP, PB, PP. Logo, a probabilidade é $1/4$.*
 - b) Qual é a probabilidade de que a segunda bola retirada seja branca?
 - c) Qual é a probabilidade de que a quarta bola retirada seja branca e a sétima seja preta?
8. Em um jogo, o marcador avança de acordo com o resultado obtido lançando-se uma moeda equilibrada. Quando o resultado é cara, avança-se uma casa; se é coroa, duas casas. Faltam 3 casas para terminar e o jogo termina quando se chega ou se ultrapassa a última casa. Qual é a probabilidade de que saia cara na última jogada?
9. Alberto, Beatriz e Carlos vão comparecer a um evento com duração de 1 hora. Admita que o instante em que cada um chega é escolhido *ao acaso* (isto é, com distribuição *uniforme*) nesse período, de modo independente dos demais. Qual é a probabilidade de que Alberto seja o último a chegar?