PAPMEM **Julho/2019**

Lógica para o Ensino Médio – 2ªparte **Professor: Antonio Branco**

ARGUMENTOS

Motivação

O *argumento* a seguir é válido?

Premissas:

Se **c**hove, então as ruas ficam **m**olhadas.

As ruas estão **m**olhadas.

Conclusão:

Choveu.

1. **Fórmulas proposicionais**
   São fórmulas proposicionais:
   a) Variáveis proposicionais: p, q, r, ...
   b) Sendo A e B fórmulas proposicionais quaisquer, também são fórmulas proposicionais: $\sim A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$.
   c) São fórmulas proposicionais apenas as citadas nos itens a) e b).

Exemplos: p, $p \wedge q$, $(p \vee q) \wedge r$, $(p \wedge q) \rightarrow p$, $(p \vee q) \rightarrow p$, $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

2. **Fórmulas tautológicas (tautologias)**
   Uma fórmula proposicional é dita *tautológica* quando é verdadeira quaisquer que sejam os valores-verdade das variáveis proposicionais que a compõem.

Exemplos: entre as fórmulas citadas no item anterior, quais são tautológicas?

3. **Argumentos**
   Um *argumento* é uma sequência de fórmulas A_1, A_2, ... , A_{k-1}, A_k, na qual as k-1 primeiras fórmulas são chamadas de *hipóteses* (ou *premissas*) e a última fórmula é chamada de *tese* (ou *conclusão*). Em geral, escreve-se:

$$\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{k-1} \\ \hline A_k \end{array}$$

Um argumento é *válido* se, e somente se, a fórmula

$(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_{k-1}) \to A_k$ é tautológica. Nesse caso, diz-se que a conclusão é uma consequência lógica das premissas, isto é, a veracidade das premissas implica a veracidade da conclusão.
Quando a fórmula $(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_{k-1}) \to A_k$ não é tautológica diz-se que o argumento é *não válido*.

Exemplo: Verifique se o argumento a seguir é válido.

$A \vee B$
$\sim A$
____
B

4. Regras de inferência

a) Modus ponens: $A, A \to B \vdash B$
b) Modus tollens: $A \to B, \sim B \vdash \sim A$
c) Silogismo hipotético: $A \to B, B \to C \vdash A \to C$
d) Silogismo disjuntivo: $A \vee B, \sim A \vdash B$
e) Dilema construtivo: $A \to B, C \to D, A \vee C \vdash B \vee D$
f) Dilema destrutivo: $A \to B, C \to D, \sim B \vee \sim D \vdash \sim A \vee \sim C$
g) Simplificação: $A \wedge B \vdash A$
h) Conjunção: $A, B \vdash A \wedge B$
i) Adição: $A \vdash A \vee B$
j) Exportação I: $A \vee B \to C \vdash A \to (B \to C)$
k) Exportação II: $A \to (B \to C) \vdash A \wedge B \to C$

Além disso, podemos usar as equivalências vistas na aula anterior.

5. Exercícios

Verifique, justificando, se os argumentos a seguir são válidos:

a) Roberto vai ao **c**olégio ou **t**rabalha com seu pai.
Se vai ao **c**olégio, terá um **s**alário mais alto.
Não tem um **s**alário mais alto.
Logo, Roberto **t**rabalhou com seu pai.

b) Se o mordomo estava **t**rabalhando na noite do crime, então ele é **s**uspeito.

Se o mordomo não estava **t**rabalhando na noite do crime, então a vítima não foi **e**nvenenada.
Sherlock Holmes, o detetive do caso, encontrou uma **g**ravata amarela na cena do crime e eliminou o mordomo como **s**uspeito.
Logo, a vítima não foi **e**nvenenada.

c) Se o Vasco for **c**ampeão brasileiro em 2019, ganharei muito **d**inheiro e comemorarei a **n**oite toda.
Se comemorar a **n**oite toda, terei **r**essaca na manhã seguinte.
O Vasco será **c**ampeão brasileiro em 2019 ou não me chamo **B**ranco.
Me chamo **B**ranco.
Logo, terei **r**essaca na manhã seguinte.