O Problema de Riemann para Expoentes de Corey Unitários Utilizando o Geogebra

Erivaldo Diniz de Lima & Matheus Menezes Lima

Universidade Federal de Roraima

erivaldo.lima@ufrr.br; menezesmatheus075@gmail.com

Resumo

Partindo da Lei de Darcy, da Lei de Conservação das massas, de hipóteses simplificadoras e de uma mudança de variável adequada, pode-se obter um Problema de Riemann. Este trabalho busca exibir as soluções do problema através de um programa desenvolvido no Geogebra de forma interativa e dinâmica.

Introdução

Utilizando a pressão natural do reservatório petrolífero é possível extrair no máximo 20% do óleo existente [6]. Dessa forma, necessita-se de um método avançado para retirar o restante. Esse método consiste na abertura de um furo, o poço injetor, onde será introduzido um fluido capaz de pressionar a saída do óleo. Devido sua baixa viscosidade em relação ao óleo, ao injetar apenas água, ela penetra o petróleo no lugar de empurrar, tornando a medida pouco eficiente. Uma mistura de água com polímero pode amenizar esse problema [2]. O método avançado proposto nesse trabalho é modelado pela Lei de Darcy e pela Lei de Conservação das Massas em função do espaço tempo. Com hipóteses simplificadoras e uma mudança de variável adequada, obtemos o Problema de Riemann:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial s}{\partial t} + \dfrac{\partial f(s,c)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial (sc)}{\partial t} + \dfrac{\partial (cf(s,c))}{\partial x} = 0 \\ (s,c)(x,0) = \begin{cases} (s^L, c^R)\text{ , se } x < 0 \\ (s^L, c^R)\text{ , se } x > 0, \end{cases} \end{cases} \tag{1}$$

onde $s = s(x,t)$ é a saturação da fase aquosa em relação reservatório e $c = c(x,t)$, chamado concentração, é a saturação de polímero dentro da fase aquosa, ambas no intervalo $I = [0,1]$. Com expoentes de Corey [1] unitários, obtemos a função fluxo:

$$f(s,c) = \frac{s}{s + R(c)(1-s)}, \text{ com } R(c) = \frac{(\mu_p - \mu_w)c + \mu_w}{\mu_o},$$

onde $\mu_w < \mu_p < \mu_o$ são, respectivamente, as viscosidades da água, do polímero e do óleo. As funções de permeabilidade apresentam um comportamento linear devido ao expoente unitário, portanto, não modelam uma situação física real.

Objetivos

Apresentar uma ferramenta interativa, utilizando o software Geogebra, que exiba, de forma dinâmica, a solução geral do Problema de Riemann quando os estados $u^L = (s^L, c^L)$ e $u^R = (s^R, c^R)$ variam em $\Omega = I \times I$.

Resultados

Para resolver o Problema (1), deve-se primeiro fixar o estado u^L dentro de Ω e em seguida determinar regiões para fixar u^R. Utilizando o software Geogebra, foi possível montar um programa que plota os gráficos das soluções nos espaços Ω e xs, com t fixo, de maneira dinâmica. Assim, ao mover os estados u^L e u^R, pode-se ver as variadas soluções para o Problema (1). Após fixar u^L em Ω, o espaço de estados foi dividido em três regiões para u^R, como a seguir:

- R_1 - Região à direita da curva $\Gamma(u^L)$;
- R_2 - Região entre as curva $\Gamma(u_0^L)$ e $\Gamma(u^L)$;
- R_3 - Região à esqueda da curva $\Gamma(u_0^L)$.

No teorema a seguir, u^M é o estado intermediário dado pela interseção da curva de contato $\Gamma(u^R)$ com a curva $c = c^L$.

Teorema Seja $u^L \in \Omega$ fixo.

- Se $u^R \in R_1$, então a solução do Problema de Riemann (1) é dada pela sequência de ondas

$$u^L \xrightarrow{1} u^M \xrightarrow{2} u^R,$$

onde a 1-família é um 1-choque e a 2-família é um contato.

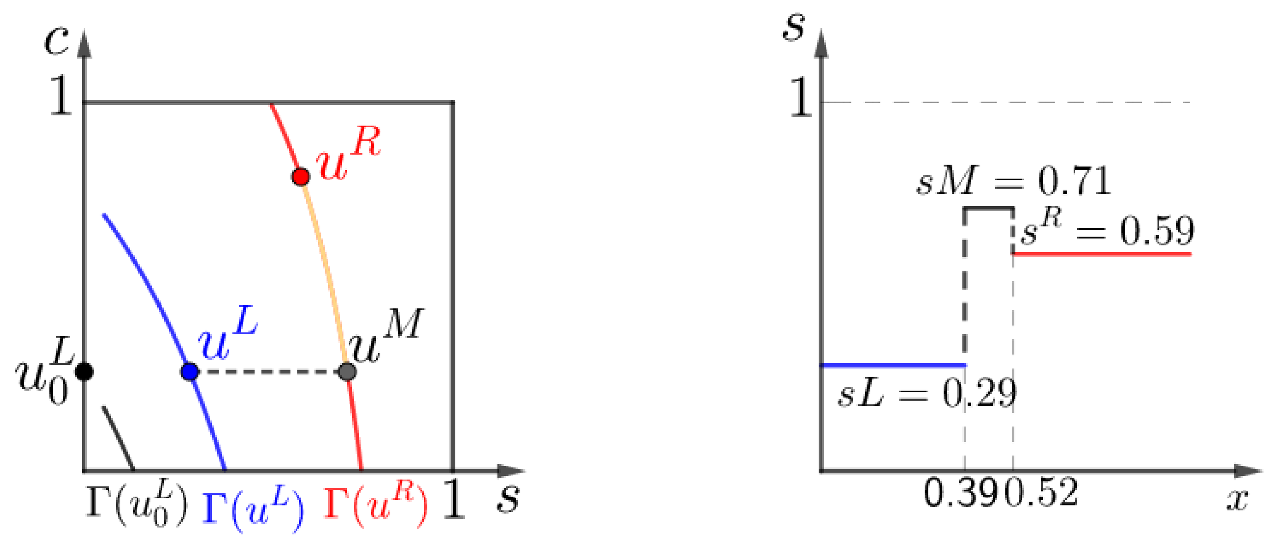

Figura 1: 1-Choque seguido de contato

- Se $u^R \in R_2$, então a solução do Problema de Riemann (1) é dada pela sequência de ondas

$$u^L \xrightarrow{1} u^M \xrightarrow{2} u^R,$$

onde a 1-família é um 1-rarefação e a 2-família é um contato.

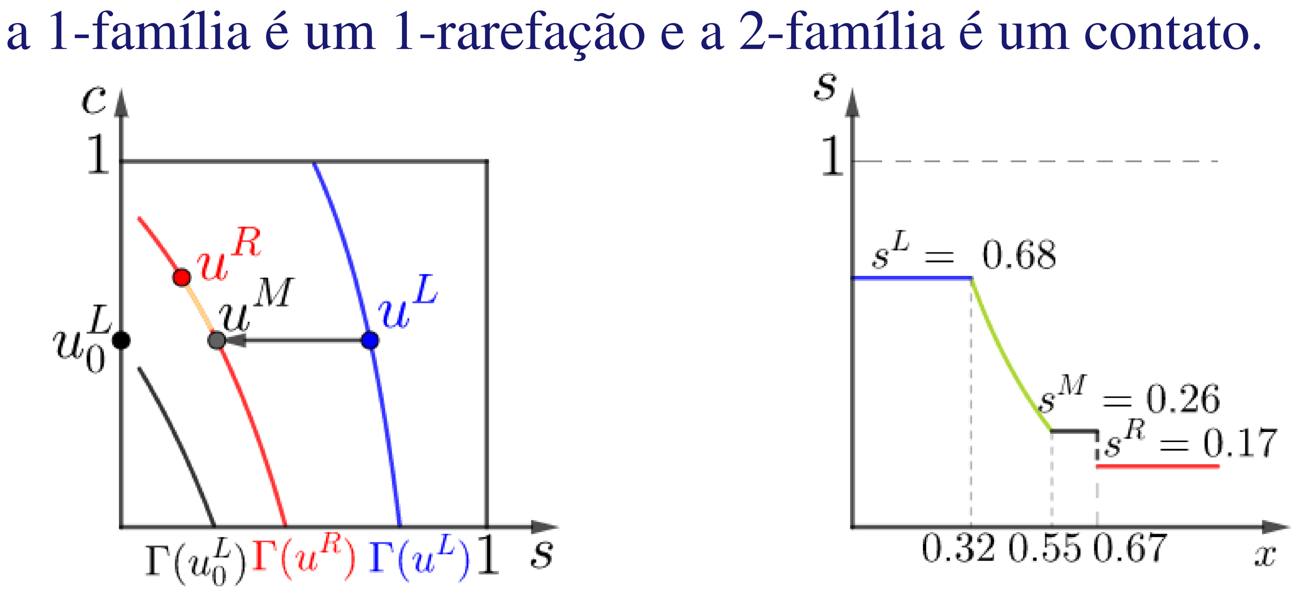

Figura 2: 1-Rarefação seguido de contato

- Se $u^R \in R_3$, então o Problema de Riemann (1) não tem solução.

Conclusão

O Geogebra se mostrou eficiente na criação de uma ferramenta dinâmica, interativa e, também, didática para visualização e análise das soluções do Problema (1) nos espaços Ω e xs. Porém, é necessário um computador com processamento mais elevado para realizar os cálculos de maneira fluida.

Referências

[1] COREY, A. T.; *The Interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilites*, Producers Monthly, 19:38-41, Novembro 1954.

[2] LIMA, E. D.; *O Problema de Riemann para um Modelo de Injeção de Polímero em meio Poroso com efeito de Adsorção*, Dissertação de Mestrado, UFCG, 2015.

[3] PEACEMAN, D. W.; *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Elsevier, 1977.

[4] SILVA, K. A.; *O Problema de Riemann para um Modelo de Injeção de Polímero*, Dissertação de Mestrado, UFCG, 2015.

[5] SMOLLER, J.; *Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations*, Springer-Verlag, 1994.

[6] THOMAS, J. E.; *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*, Interciência, 2001.

Agradecimentos

Agradeço à UFRR por possibilitar a realização deste trabalho e o apoio financeiro.