

TEORIA DE GRAFOS: ENCONTRANDO O MENOR CAMINHO PARA PERCORRER OS CAMPUS DA UFMS

Mariana Laura da Cruz da Costa & Fernando Pereira de Souza
 Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
 marilaura65@gmail.com



Resumo

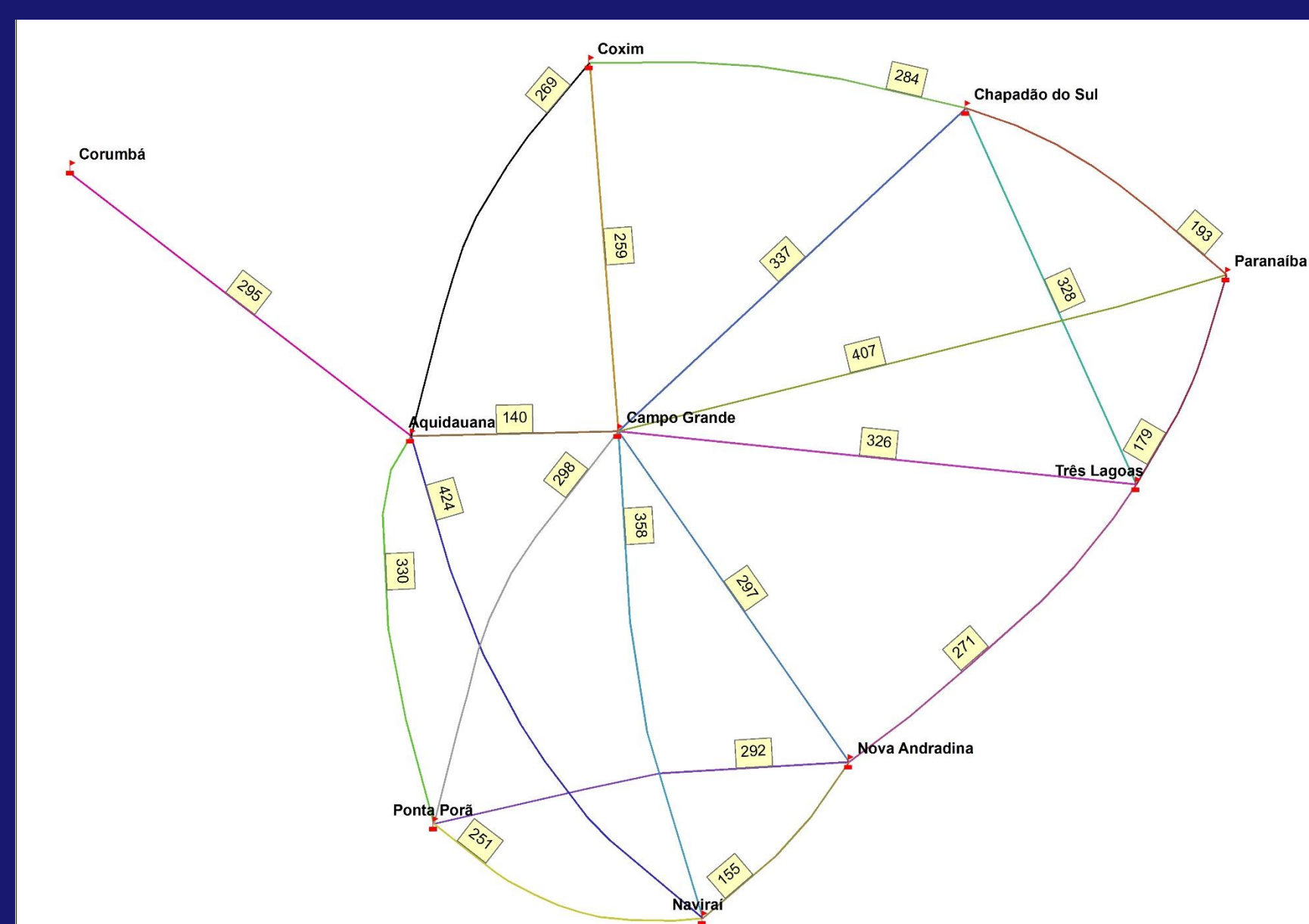
A Teoria dos Grafos estuda objetos combinatórios que são um bom modelo para muitos problemas em Matemática, Informática, Engenharia e Indústria. Os problemas de caminho mais curto são fundamentais e frequentes quando se estudam problemas em redes, por exemplo, de transportes. Neste trabalho é proposto uma abordagem para a resolução de problemas de caminho mais curto. O objetivo é estudar o menor caminho para percorrer todos os campus da UFMS, para alcançar o resultado desejado, faremos o uso dos algoritmos dos mínimos sucessivos, o algoritmo da ordenação do peso das arestas e uma comparação entre os resultados.

Introdução

O objetivo deste trabalho consiste em responder o seguinte problema: O Reitor da UFMS deseja visitar todos os Campus da Universidade. Procura-se determinar qual o percurso mais econômico, tendo em atenção, exclusivamente, as distâncias quilométricas entre os Campus.

O estudo trata-se de um problema de grafos ponderados e os algoritmos dos mínimos sucessivos e Dijkstra que podem solucioná-lo.

Figura 1- Grafo Ponderado das cidades onde estão localizados os Campus da UFMS.



Não é possível passar uma única vez em todas as cidades, se considerarmos o Campus de Corumbá, pois a única rota para chegar em Corumbá é passando por Aquidauana. Assim, excluiremos o Campus CPAN.

- Algoritmo dos Mínimos Sucessivos

Começa-se por escolher uma cidade para início do circuito. A partir dessa cidade, visita-se a mais próxima e assim sucessivamente, até completar o circuito; terminado o circuito somam-se os quilômetros percorridos. Repete-se este procedimento de forma a obter 9 circuitos hamiltonianos, cada um dos quais com início numa das cidades.

Aquidauana	Coxim	Chapadão do Sul	Paranaíba	Campo Grande
Campo Grande 140	Paranaíba 193	Três Lagoas 179	Três Lagoas 179	Aquidauana 140
Coxim 259	Três Lagoas 179	Nova Andradina 271	Nova Andradina 271	Coxim 269
Chapadão do Sul 284	Nova Andradina 271	Naviraí 155	Chapadão do Sul 284	Chapadão do Sul 284
Paranaíba 193	Naviraí 251	Naviraí 155	Paranaíba 193	Paranaíba 193
Três Lagoas 179	Nova Andradina 155	Ponta Porã 251	Três Lagoas 179	Três Lagoas 179
Nova Andradina 271	Três Lagoas 271	Campo Grande 298	Nova Andradina 271	Nova Andradina 271
Naviraí 155	Paranaíba 179	Aquidauana 140	Naviraí 155	Naviraí 155
Ponta Porã 251	Chapadão do Sul 193	Coxim 269	Ponta Porã 251	Ponta Porã 251
Aquidauana 330	Coxim 284	Chapadão do Sul 284	Campo Grande 298	Campo Grande 298
→ 2062	→ 2062	→ 2040	→ 2040	→ 2040

Ponta Porã	Naviraí	Nova Andradina	Três Lagoas
Naviraí 251	Nova Andradina 155	Naviraí 155	Paranaíba 179
Nova Andradina 155	Três Lagoas 271	Ponta Porã 251	Chapadão do Sul 193
Três Lagoas 271	Paranaíba 179	Campo Grande 298	Coxim 269
Paranaíba 179	Chapadão do Sul 193	Aquidauana 140	Campo Grande 298
Chapadão do Sul 193	Coxim 284	Coxim 269	Ponta Porã 330
Coxim 284	Campo Grande 259	Chapadão do Sul 284	Naviraí 251
Campo Grande 259	Aquidauana 140	Paranaíba 193	Nova Andradina 155
Aquidauana 140	Ponta Porã 330	Três Lagoas 179	Três Lagoas 271
Ponta Porã 330	Naviraí 251	Nova Andradina 271	→ 2062
→ 2062	→ 2062	→ 2040	

- Algoritmo da ordenação do peso das arestas.

Primeiro ordena-se todas as arestas por ordem crescente do respectivo peso (distância).

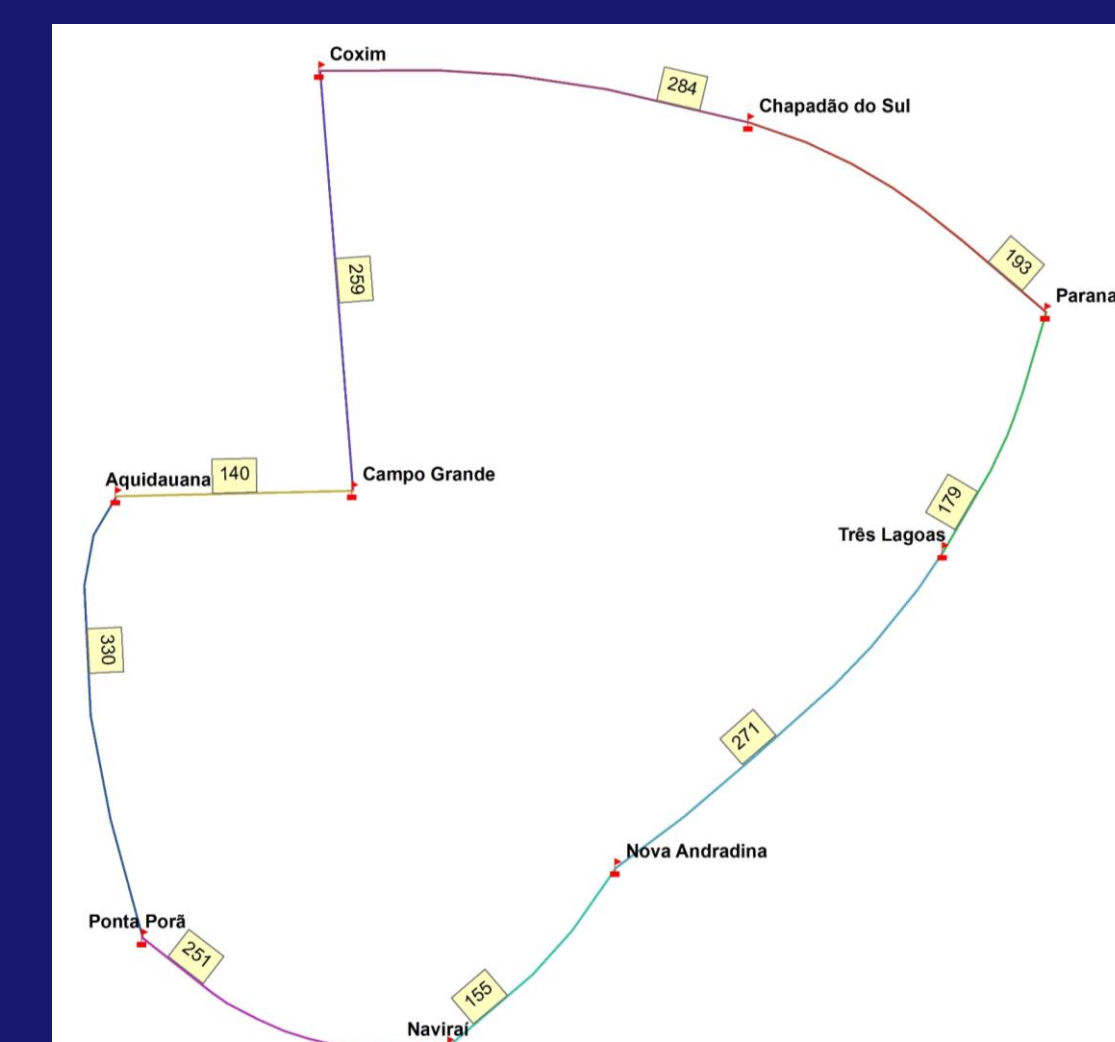
Aquidauana	Campo Grande	140
Naviraí	Nova Andradina	155
Três Lagoas	Paranaíba	179
Paranaíba	Chapadão do Sul	193
Ponta Porã	Naviraí	251
Campo Grande	Coxim	259
Aquidauana	Coxim	269
Nova Andradina	Três Lagoas	271
Coxim	Chapadão do Sul	284
Ponta Porã	Nova Andradina	292
Nova Andradina	Campo Grande	297
Ponta Porã	Campo Grande	298
Campo Grande	Três Lagoas	326
Chapadão do Sul	Três Lagoas	328
Ponta Porã	Aquidauana	330
Campo Grande	Chapadão do Sul	337
Naviraí	Campo Grande	358
Campo Grande	Paranaíba	407
Aquidauana	Naviraí	424

Aquidauana	Campo Grande	140
Naviraí	Nova Andradina	155
Três Lagoas	Paranaíba	179
Paranaíba	Chapadão do Sul	193
Ponta Porã	Naviraí	251
Campo Grande	Coxim	259
Nova Andradina	Três Lagoas	271
Coxim	Chapadão do Sul	284
Ponta Porã	Aquidauana	330
		2062

Em seguida, tenta-se encontrar um circuito hamiltoniano que utilize as arestas de menor peso, tendo em conta o seguinte:

- (1) Nunca se toma a terceira aresta incidente num mesmo vértice;
 - (2) Nunca se fecha o ciclo enquanto houver vértices não visitados.
- Continuando o processo chega-se à solução acima indicada, que nos conduz a um circuito com um comprimento total de 2062 km.

Figura 2- Grafo Ponderado resultante do algoritmo da ordenação do peso das arestas.



Resultados

Considerando o Campus de Corumbá no circuito percorrido, devemos acrescentar a distância de Campo Grande até o campus CPAN, que é de 426 km, desta forma pelo método dos mínimos sucessivos teríamos um percurso de 2892 km e pelo método da ordenação dos pesos um total de 2914 km.

Observe que no método dos mínimos sucessivos a solução se baseia na escolha sucessiva da melhor etapa, o que pode não conduzir à melhor solução. No entanto, o resultado é aceitável se tivermos em conta outros critérios, nomeadamente a economia de tempo. O número de circuitos hamiltonianos possíveis é determinado pela fórmula $\frac{(n-1)!}{2}$, neste caso teríamos $\frac{9!}{2} = 181440$ hipóteses.

Conclusão

A teoria dos grafos é essencial para resolução de problemas, desde os mais simples aos elaborados. São problemas que justificam atenção devido ao fato de aparecerem diversas aplicações e serem considerados difícil solução. Neste trabalho foi possível estudar conceitos que não são estudados no curso de Licenciatura em Matemática, trazendo assim novos conhecimentos para a formação do aluno.

Referências

NOGUEIRA, Daniel Klug. *Introdução à Teoria dos Grafos: Proposta para o Ensino Médio*. Brasília: UNB, 2015. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

PEREIRA, Giselle Moraes Resende; CÂMARA, Marcos Antônio da. Algumas Aplicações da Teoria dos Grafos. *Revista Científica Eletrônica da Faculdade de Matemática - FAMAT, Uberlândia*, v. 11, n. 8, p. 67-79, out. 2008.