Caos e Perturbação periódica no sistema presa-predador de Leslie-Gower

Jonas A. da Silva & Leandro Ribeiro

Universidade Federal do Pará - Faculdade de Matemática-Bragança-PA

leandrosrb@yahoo.com.br, jonas.silvaa97@gmail.com

impa Instituto de Matemática Pura e Aplicada

Resumo

Um sistema modificado de presa-predador de Leslie-Gower composto pelo termo logístico e com resposta funcional de Holling tipo II é estudado. A sazonalidade é considerada na taxa de crescimento da presa e mortalidade do predador. As simulações numéricas são realizadas com o método de Runge-Kutta de 4^a ordem, para estudar os efeitos dos parâmetros sazonalmente no sistema. O modelo mostrou comportamento dinâmico rico, incluindo expoente Lyapunov positivo, bifurcação e caos.

Introdução

O ecossistema acopla as interações nos diferentes níveis tróficos representados por modelos que têm papel importante para expor fatos da natureza a um nível de compreensão da cadeia trófica do tipo predador-presa, que é um exemplo clássico de aplicação da teoria dos sistemas dinâmicos a ecologia [1]. Contribuição importante foi feita neste campo do conhecimento, que podemos mencionar Lotka, Volterra e Verhust com introduç ao de fator de densidade dependente [1-6], depois tem-se Holling, Tanner e Kolmogorov com o estudo da resposta funcional [1- 6]. A resposta funcional torna o modelo elaborado por Lotka Volterra mais refinado, em que a relação predador predador que é proporcional ao produto da densidade da presa para o do predador, passa a incluir também o inverso da densidade da presa (Holling) e do predador (Kolmogorov) [1-3,5]. Em nosso trabalho, utilizamos o modelo presa predador com forçmento simultâneo na taxa de reprodução da presa e declínio do predador. A dinâmica do sistema estudado foi caracterizada pela sensibilidade as condições iniciais. O diagrama de bifurcação através da seção de Poincaré mostrou transições de duplicação de período para regiões caóticas.

O modelo

O modelo explorado neste trabalho é uma variaçõ do modelo Gower-Leslie em que se abordou a influência da varição sazonal na taxa de crescimento da presa e de declínio do predador, através da introdução de um fator periódico de forçamento. O modelo ainda inclui a equação logística e a resposta funcional Holling tipo II. Assim:

$$\frac{dX_1}{dT} = r_1X_1\left(1-\frac{X_1}{K}\right) - \frac{AX_1X_2}{1+BX_1} \qquad (1)$$

$$\frac{dX_2}{dT} = r_2X_2^2 - \frac{CX_2^2}{DX_1+E}$$

$$\text{com } X_1(0) \geq 0 \text{ e } X_2(0) \geq 0$$

Então fazendo as devidas substituiç oes temos o sistema admensional forçado:

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x) - \frac{xy}{1+w_1x} + gxsen(z), \qquad (2)$$

$$\frac{dy}{dt} = w_2y^2 - \frac{w_3y^2}{1+w_4x} + jy^2sen(z+\phi)$$

$$\frac{dz}{dt} = \theta$$

$$\text{com } z(0) = 0$$

Resultados

As ferramentas que usaremos neste trabalho são: Expoentes de Lyapunov, diagrama de Bifurcações via Mapa de Poincaré. Para simulações do espaço de fase usou-se Runge-Kutta de quarta ordem, com os seguintes valores dos parâmetros $w_1 = 2,0, w_2 = 0,3, w_3 = 0,4$.

Verificou-se que o forçamento periódico no modelo modificado de Gower-Leslie de tempo contínuo pode produzir uma dinâmica com comportamento caótico quando aplicado o forçamento.

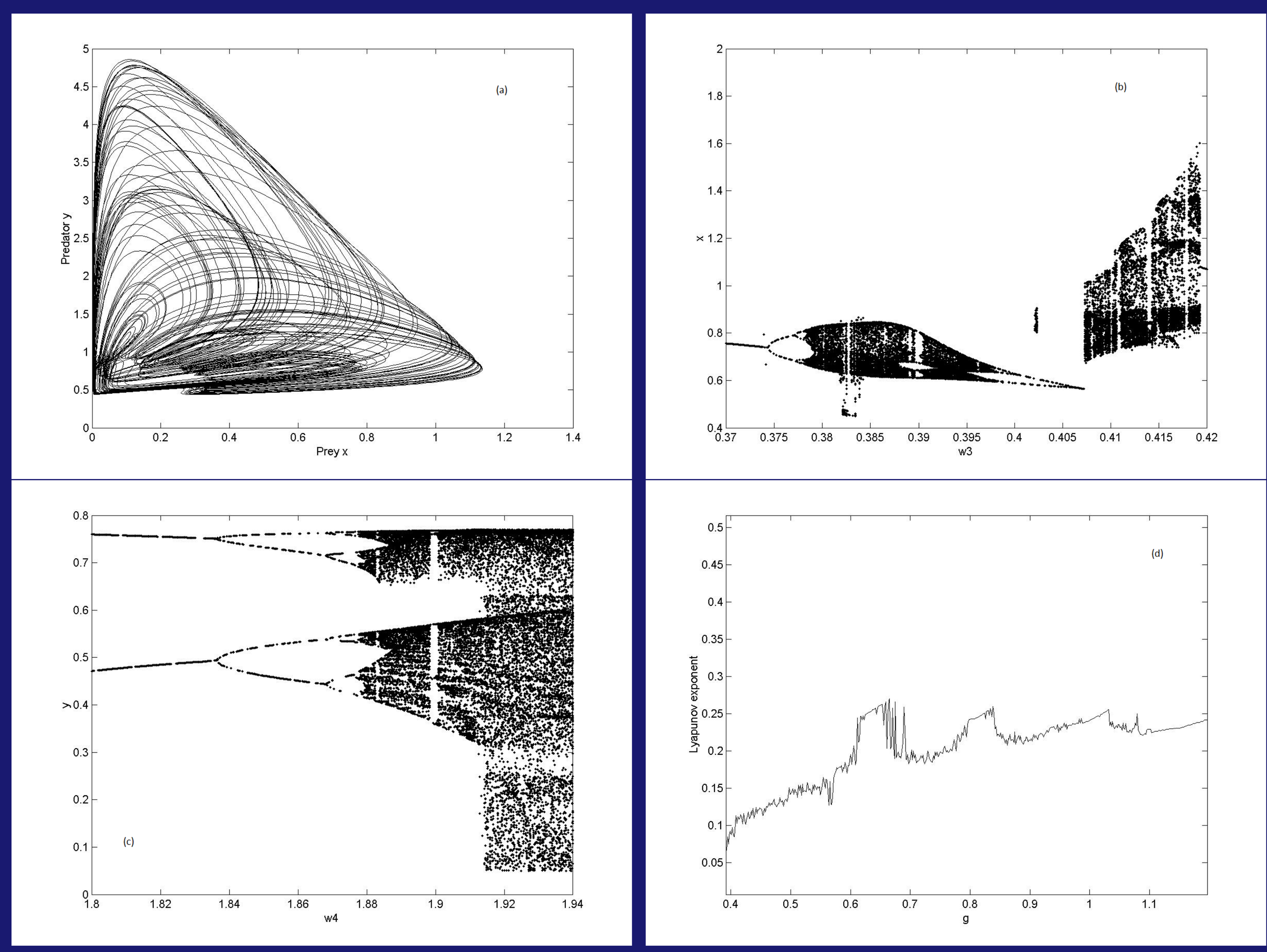

Figura 1: (a)Espaço de Fase com condições iniciais $x(0) = 0,45$, $y(0) = 0,05$. (b)Diagrama de bifurcação para w_3, aplicando secção de Poincaré $y = 0,85$. (c) Diagrama de bifurcação para o parâmetro w_4. (d) Expoente de Lyapunov positivo.

Conclusão

O modelo apresentou diferentes órbitas no espaço de fase para os parâmetros testados, assemelhando-se ao espaço de fase de outros modelos. A dinâmica do modelo pode ter um atrator com oscilações suavizadas ou um atrator com flutuação populacional tipo ciclo limite e dinâmica caótica.

Referências

[1] S. M. MOGHADAS and M. E. Alexander. Dynamics of a generalized gayse-type predator-prey model with a seasonal functional response. *Chaos, Solutos and Fractuals*, 23(1):55–65, Janeiro 2005.

[2] Gary W. C. SABIN and S. Danny. Chaos in a periodically forced predator-prey ecossystem in model. *Math. Biosci*, 113:91–113, Janeiro 1993.

[3] KAMEL N. R. SUNITA, G. Chaos in seasonally perturbed ratio-dependent prey–predator system. *Chaos, Solitons and Fractals*, 15(1):107–118, Janeiro 2003.

[4] KAMEL N. R. SUNITA, G. Seasonally perturbed prey–predator system with predator-dependent functional response. *Chaos, Solitons and Fractals*, 18(18):1075–1183, Janeiro 2003.

[5] Li W.-T. WANG, L.-L. Periodic solutions and permanence for a delayed nonautonomous ratio dependet predator-prey model with holling type functional response. *J. Comp. and A. Math.*, 162(2):341–357, Janeiro 2004.

[6] D. ZHANG, S.; TAN and L. CHEN. Chaos in periodically forced holling type ii predator–prey system with impulsive perturbations. *Chaos, Solitons and Fractals*, 28(2):367–376, abril 2006.

Agradecimentos

Agradeço a UFPA-PIBIC.