

Simplificação de Navier-Stokes para escoamento entre cilindros excêntricos

Júlia de Araújo Mota & Juliana Vianna Valério

Programa de Pós-Graduação em Informática - UFRJ

juliamota@ufrj.br

impa



Instituto de
Matemática
Pura e Aplicada

Resumo

O presente trabalho visa, através de uma análise adimensional, mapear as parcelas da equação de Navier-Stokes ordenando-as por importância, possibilitando simplificações para descrever o escoamento entre dois cilindros excêntricos.

Introdução

Avanços tecnológicos proporcionaram máquinas rotativas operarem com parâmetros diferentes de quando a teoria foi desenvolvida. Isto é, simplificações tradicionais deixaram de ser condizentes com a prática. Por isso, revisitaremos essas simplificações, nesse primeiro estudo em mancais, com o objetivo de ordenar por importância os termos das equações que descrevem o escoamento nesses componentes.

Geometria do problema

Um mancal funciona como suporte de apoio para eixos e rolamentos de máquinas rotativas e é composto por dois elementos: um estator de raio R_o e um rotor de raio R_i , com fluido lubrificante no espaço anular. Devido a excentricidade, a descrição do estator a partir do centro do rotor depende de θ .

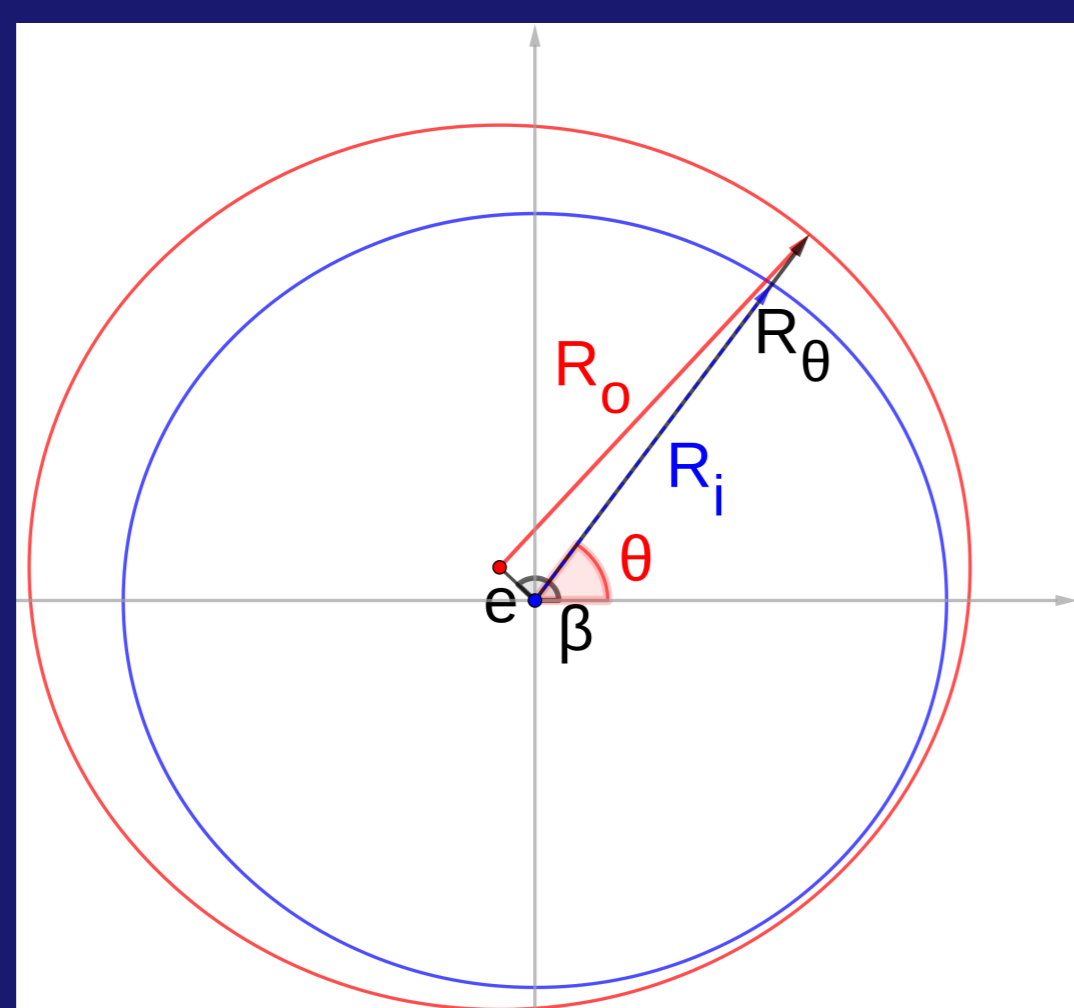


Figura 1: Desenho esquemático de um mancal com excentricidade

Equações governantes

Supondo o fluido newtoniano, incompressível e em regime permanente, partiremos das equações da continuidade e de Navier-Stokes:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{e} \quad \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (1)$$

onde ρ e μ são densidade e viscosidade do fluido, \mathbf{v} e p são os campos de velocidade e pressão, respectivamente.

Análise Adimensional

Consideramos U e L como velocidade e tamanho típicos, sendo L o comprimento do mancal que tem a mesma ordem de grandeza dos raios e a folga muito menor, ou seja, $F \approx (R_o - R_i) \ll L$.

Adimensionando e rearranjando a equação em coordenadas cilíndricas percebe-se que os termos (F/L) são pequenos e ainda menores os termos $(F/L)^2$. Mostrando a direção z na equação (2), com $R_e =$

$\frac{\rho UL}{\mu}$ número de Reynolds. As outras direções são equivalentes.

$$R_e \left(\left(\frac{F}{L} \right)^2 \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} + \left(\frac{F}{L} \right) \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \left(\frac{F}{L} \right)^2 \frac{\hat{w} \partial \hat{u}}{\hat{r} \partial \theta} \right) = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} + \left(\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[\hat{r} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} \right] + \left(\frac{F}{L} \right)^2 \frac{1}{\hat{r}^2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \theta^2} + \left(\frac{F}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} \right) \quad (2)$$

Ao negligenciarmos os termos (F/L) chega-se à equação de Reynolds na qual, aplicando as condições de contorno de não deslizamento e impermeabilidade, as velocidades são integradas em função da pressão e chega-se a uma equação de Poisson (3).

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (C_1 \frac{\partial p}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (C_2 \frac{\partial p}{\partial z}) = \frac{\partial}{\partial \theta} C_{0\omega} \quad (3)$$

onde C_1 , C_2 e $C_{0\omega}$ são parâmetros do problema que dependem de características da geometria e do fluido.

Comparação com Solução Aproximada para Mancal Curto

Comparamos a pressão obtida numericamente neste trabalho com a pressão da aproximação para mancal curto desenvolvida por Yamamoto [2] e obtivemos um erro relativo máximo de $E = 10^{-2}$. Segundo Frene [1], um mancal pode ser considerado curto se a razão $L/(2R_o)$ for menor ou igual a $1/8$. Na simulação numérica a rotação foi de $\omega = 10,472$ em um mancal com rotor de raio 0.2 e folga $F = 0.0001$, operando com um óleo de viscosidade $\mu = 0.015$ e densidade $\rho = 860$, todos os parâmetros no sistema internacional de medidas.

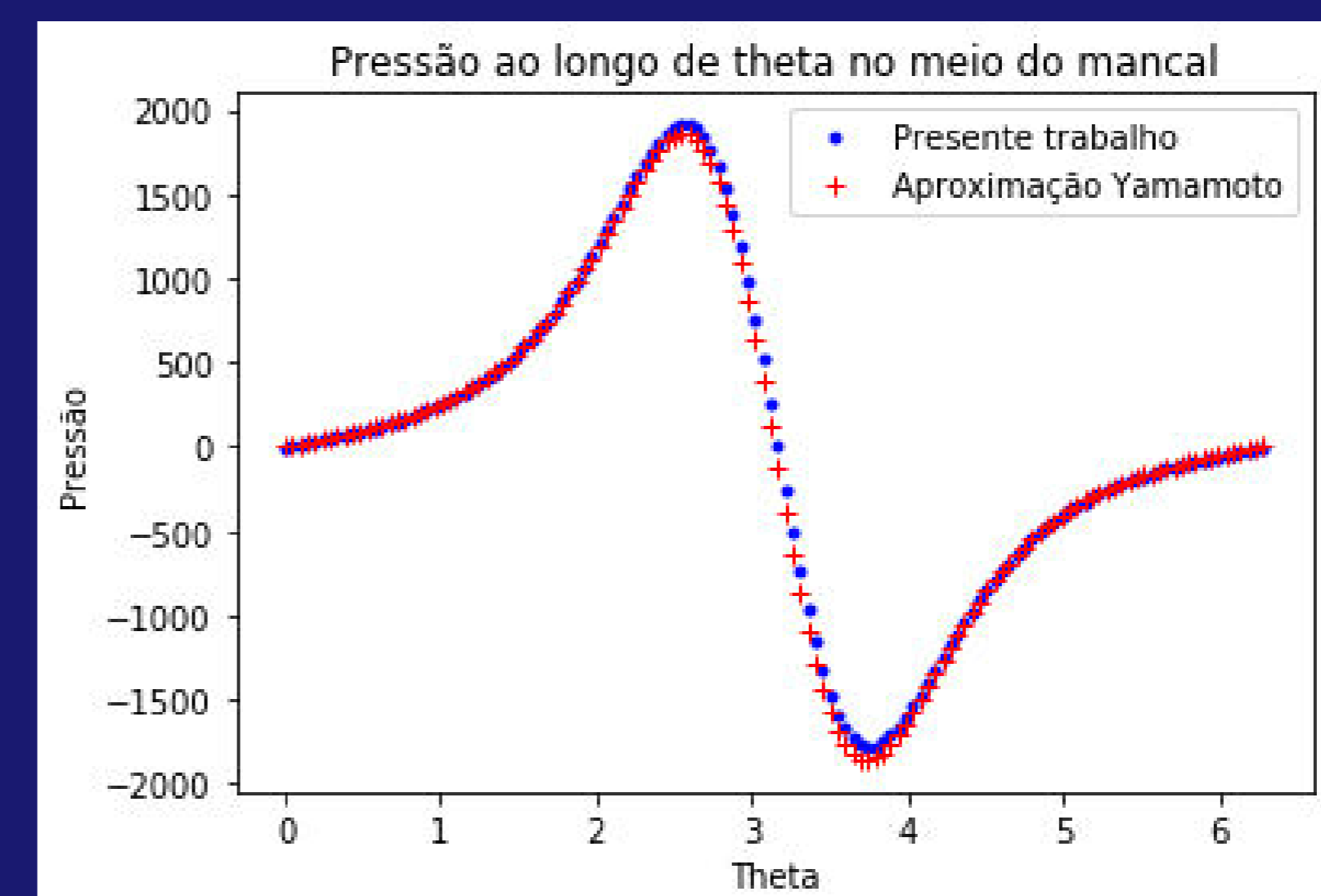


Figura 2: Pressão calculada em um mancal cujas características geométricas e o fluido de operação são utilizados pela indústria de petróleo.

Conclusão

Os resultados preliminares são bastante promissores. A investigação a seguir vai contemplar novos parâmetros de operação com o objetivo de entender, dentro do modelo tradicional, termos a serem incorporados para contemplar efeitos físicos existentes e não capturados atualmente.

Referências

- [1] Frêne et al. *Tribology Series*, volume 33, chapter 5, pages 113–141. STATIC CHARACTERISTICS OF JOURNAL BEARINGS, 1990.
- [2] Yukio Ishida and Toshio Yamamoto. *Linear and Nonlinear Rotordynamics*, chapter 10, pages 235–261. Flow-Induced Vibrations, Germany, 2 edition, 2012.