

# Teoria dos Grafos Aplicada às Pontes de Barra do Corda

Joel Félix Silva Diniz & João Coelho Silva Filho & Janderson dos Santos de Freitas

Comando da Aeronáutica / Universidade Estadual do Maranhão / Prefeitura de Barra do Corda

joelfelixprata@gmail.com

impa



Instituto de  
Matemática  
Pura e Aplicada

## Resumo

Este trabalho apresenta a solução do problema das pontes de Barra do Corda utilizando a Teoria dos Grafos e a Relação de Euler. A motivação para a pesquisa são as pontes da cidade de Königsberg resolvido por Euler, iniciando a Teoria dos Grafos. A relação de Euler é utilizada na planificação dos grafos para modelar o problema e são mostradas as aplicações da Teoria dos Grafos para solucionar o problema das pontes de Barra do Corda.

## Introdução

A Teoria dos Grafos iniciou em 1736 pelo matemático Leonhard Euler (1707-1783). A cidade de Königsberg, cortada pelo rio Pregel, possuía duas ilhas e era muito complicado fazer o transporte de cargas e pessoas através de barco. Foram construídas pontes para auxiliar no deslocamento entre as ilhas e as margens e o problema era realizar o percurso passando por cada ponte somente uma vez e voltar para o ponto de partida. Euler montou um diagrama representando o mapa da cidade em cada ilha e margem Euler associou um ponto que denominou vértice e a cada ponte uma ligação que denominou de aresta.

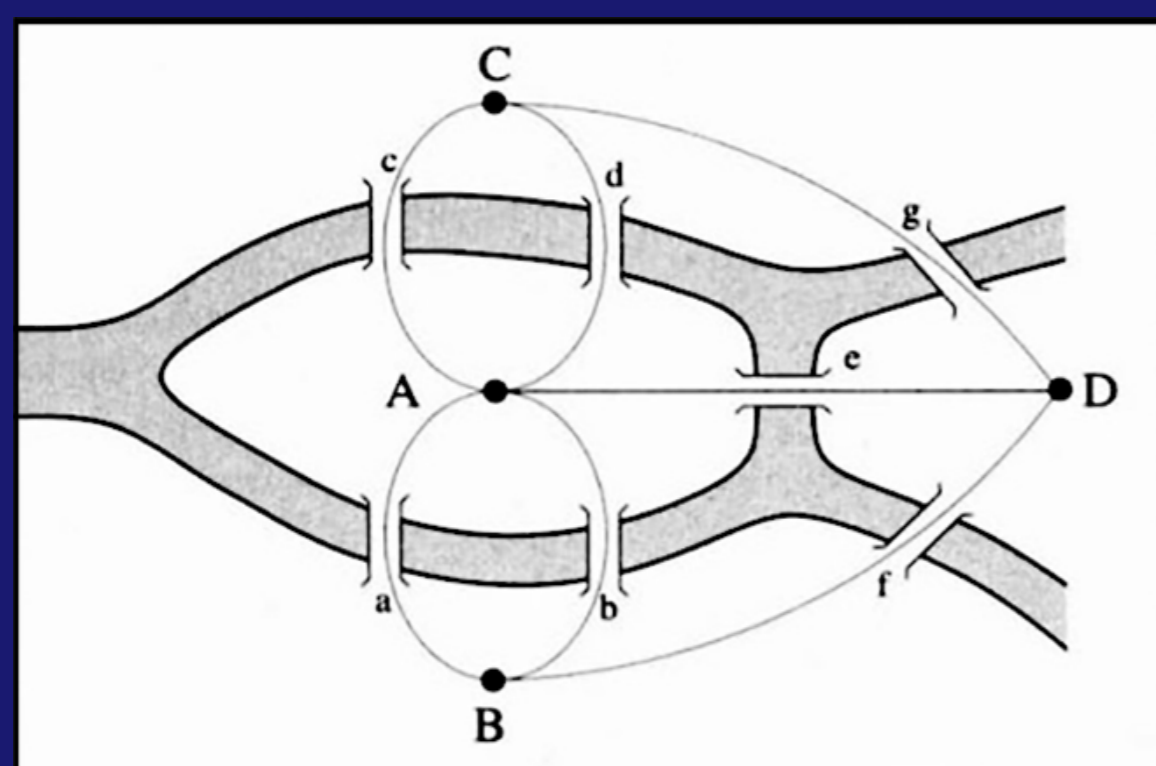


Figura 1: Primeiro Grafo da História

## Objetivos

1. Desenvolver aulas de geometria, melhorando os aspectos de compreensão da definição e propriedades dos poliedros, de tal forma que o aluno pode interagir com o objeto de aprendizagem, construindo com autonomia a relação que se estabelece entre faces, vértices e arestas de poliedros e compreendendo o que é um poliedro.
2. Propor o estudo de resolução de situações problemas envolvendo grafos que podem ser resolvidos utilizando a relação de Euler como método principal, realizando aplicações como forma de resolução a ser proposta no Ensino Médio de situações problemas, até então desconhecidas do aluno desta faixa estudantil.

## Os Grafos e as Pontes de Barra do Corda

O problema das Pontes de Barra do Corda foi resolvido baseado na resolução das pontes de Königsberg, solucionado por Euler.

A Teoria dos Grafos iniciou na cidade de Königsberg (território da Prússia até 1945, atual Kaliningrado, Rússia) em 1736 pelo grande matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783). Königsberg era cortada pelo rio Pregel, que possuía duas ilhas. Como era muito complicado fazer o transporte de cargas e pessoas através de barcos, algumas pontes foram construídas para auxiliar neste deslocamento entre as ilhas e as duas margens. Passado algum tempo as pessoas começaram a se questionar sobre a possibilidade de sair de sua casa, passar por cada ponte exatamente uma vez e voltar para o ponto de partida.

Na certeza de resolver o problema, Euler montou um diagrama representando o mapa da cidade. O fez da seguinte maneira: a cada ilha e margem ele associou a um ponto que o chamou de vértice e a cada ponte uma ligação que a chamou de aresta. Com isso, Euler obteve a Figura 1.

Euler percebeu que só seria possível atravessar o caminho inteiro passando uma única vez em cada ponte se houvesse exatamente zero ou dois pontos

de onde saísse um número ímpar de caminhos. A razão de tal coisa é que de cada ponto deve haver um número par de caminhos, pois será preciso um caminho para “entrar” e outro para “sair”, valendo portanto a relação  $V - A + F = 2$ .

## Resultados

No grafo definido pelas pontes de Barra do Corda, não vale a relação de Euler,  $V - A + F = 2$ . Pois, tem-se 3 vértices e 5 arestas e fazendo  $3 - 5 + F = 2$ , leva a ter  $F = 4$ , mas o grafo do problema mostram 3 regiões limitadas, ou seja, 3 faces, contrariando a hipótese que é  $F = 4$ . Assim, não vale a relação  $V - A + F = 2$ , isto é, não tem solução.

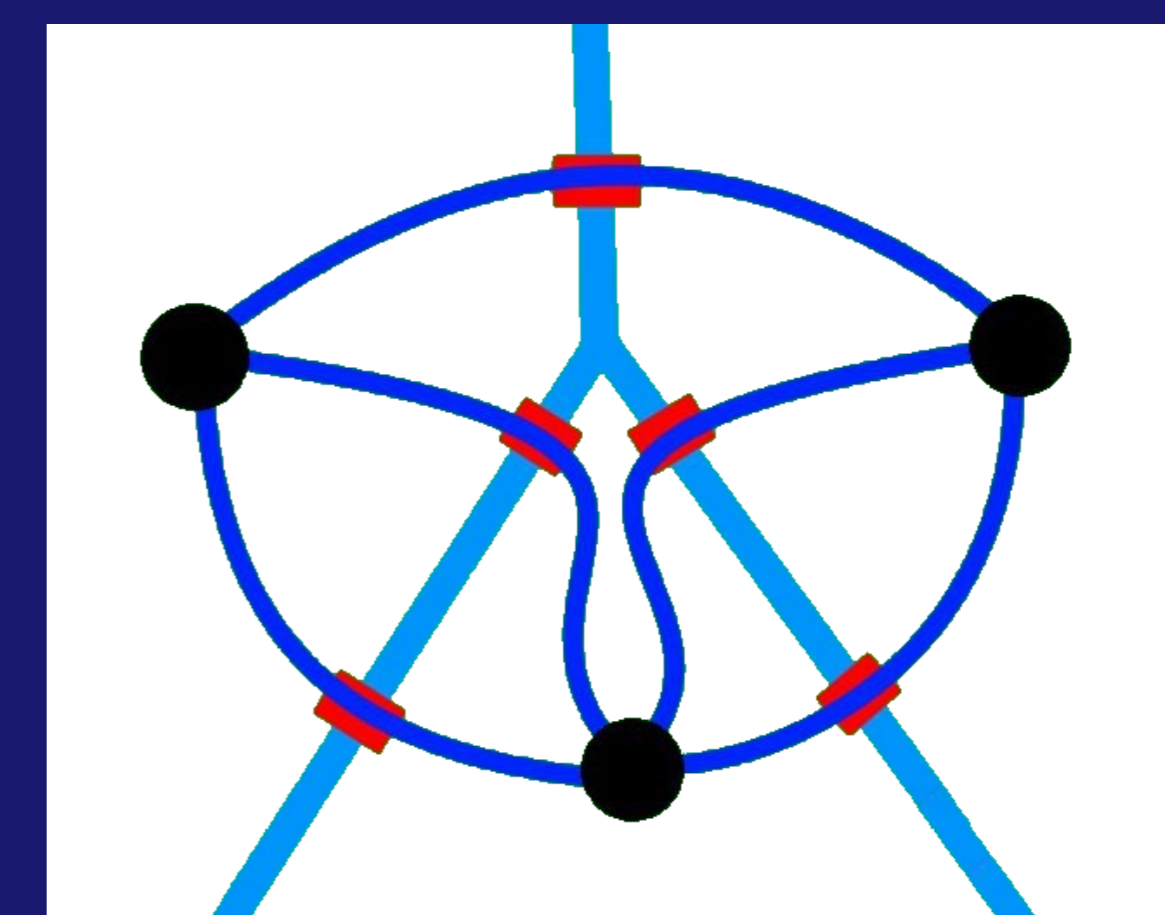


Figura 2: Grafo do Problema da Cidade de Barra do Corda

Se excluir uma das pontes, então vale a relação de Euler e o problema tem solução, pois existem 3 vértices, 4 arestas e 3 faces. A solução existe se cada ponto tem um número par de caminhos, logo, tem que excluir a ponte certa, Figura 3.

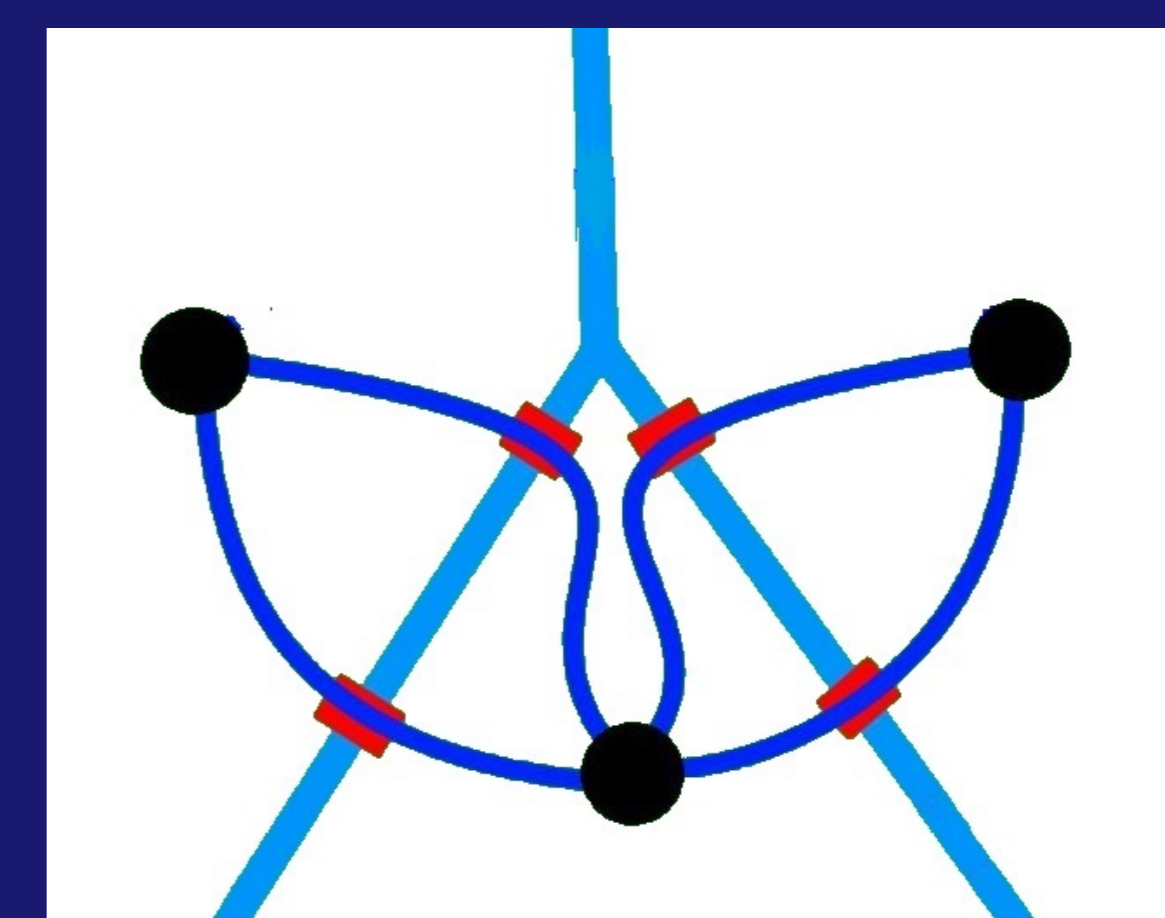


Figura 3: Grafo sem uma das Pontes

## Conclusão

- As aplicações da Teoria dos Grafos e o problema das pontes de Königsberg foram utilizadas nas pontes de Barra do Corda mostrando que existe um grande número de problemas solúveis pelos Grafos.
- O trabalho apresentou a importância de uma das mais novas teorias no campo Matemático, que é a Teoria dos Grafos.
- Foi mostrado a relação desta ferramenta da matemática com a realidade atual, principalmente na informática e nas disciplinas que necessitam de um conhecimento em redes conexas e desconexas nas mais diversas atividades humanas do mundo contemporâneo.

## Referências

- [1] P. O. Boaventura Neto. Grafos: Teorias, Modelos e Algoritmos. 4 ed. E. Blucher. São Paulo, 2006.
- [2] J. S. Freitas. O Teorema de Euler para Poliedros e a Topologia dos Grafos no Ensino Básico, Dissertação, São Luís: PROFMAT-UFMA, 2017.
- [3] G. H. S. Malta. Grafos no Ensino Médio: uma Inserção Possível, Dissertação, Porto Alegre: PPGEM da UFRGS, 2008.

## Agradecimentos

Agradecemos a Deus em primeiro lugar e ao PROFMAT e Capes pelo apoio e incentivos.