Pós-graduação no IMPA

Mestrado e Doutorado em Matemática Pura e Aplicada

2017

CONTEÚDO

3 – ENSINO

DIRETORES DO IMPA

Marcelo Viana
Claudio Landim

CORPO DE PESQUISADORES

01. Alcides Lins Neto
    Doutor, IMPA

02. Alexei Mailybaev
    PhD, Moscow State Lomonosov University

03. Alfredo Noel Iusem
    PhD, Stanford University

04. Aloísio Pessoa de Araújo
    PhD, University of California, Berkeley

05. André Nachbin
    PhD, New York University

06. Augusto Quadros
    PhD, ETH Zurich

07. Benar Fux Svaiter
    Doutor, IMPA

08. Carlos Gustavo Tamm de Araujo Moreira
    Doutor, IMPA

09. Carolina Bhering Araujo
    PhD, Princeton University

10. Claudio Landim
    Docteur, Université de Paris 7

11. Dan Marchesin
    PhD, New York University

12. Diego Nehab
    PhD, Princeton University

13. Eduardo de Sequeira Esteves
    PhD, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge

14. Emanuel Carneiro
    PhD, University of Texas, Austin

15. Enrique Ramiro Pujals
    Doutor, IMPA

16. Felipe Linares
    PhD, Pennsylvania State University

17. Henrique Bursztyn
    PhD, University of California, Berkeley

18. Hermano Frid Neto
    Doutor, IMPA

19. Hossein Movasati
    Doutor, IMPA

20. Hubert Lacoin
    Docteur, Université de Paris 7

21. Jorge P. Zubelli
    PhD, University of California, Berkeley

22. Jorge Vitório Pereira
    Doutor, IMPA

23. José María Espinar Garcia
    Doutor, Universidad de Granada

24. Karl Otto Stöhr
    Dr. rer. nat. Bonn Universtiy

25. Lucio Ladislao Rodríguez
    PhD, Brown University

26. Luis Adrian Florit
    Doutor, IMPA

27. Luiz Carlos Pacheco Rodrigues Velho
    PhD, University of Toronto

28. Luiz Henrique de Figueiredo
    Doutor, IMPA

29. Marcelo Miranda Viana da Silva
    Doutor, IMPA

30. Marcos Dajczer
    Doutor, IMPA

31. Mikhail Belolipetskiy
    PhD, Novosibirsk State University

32. Mikhail Solodov
    PhD, University of Wisconsin

33. Milton David Jara Valenzuela
    Doutor, IMPA

34. Oliver Lorscheid
PhD, Utrecht University

35. Paulo Roberto Grossi Sad
Doutor, IMPA

36. Rafael José Iório Júnior
PhD, University of California, Berkeley

37. Reimundo Heluani
PhD, Massachusetts Institute of Technology

38. Robert David Morris
PhD, University of Memphis

39. Roberto Imbuzeiro Moraes Felinto de Oliveira
PhD, New York University

40. Vinicius Gripp Barros Ramos
PhD, University of California, Berkeley

PESQUISADORES EMÉRITOS

01. César Camacho
PhD, University of California, Berkeley

02. Elon Lages Lima
PhD, University of Chicago

03. Jacob Palis Júnior
PhD, University of California, Berkeley

04. Manfredo Perdigão do Carmo
PhD, University of California, Berkeley

05. Mauricio Mattos Peixoto
Doutor, UFRJ

PESQUISADORES HONORÁRIOS

01. Étienne Ghys
Ph.D, Université Lille

02. Luis Caffarelli
Ph.D, University of Minnesota

03. Steve Smale
Ph.D, University of Michigan

PESQUISADORES EXTRAORDINÁRIOS

01. Artur Ávila
Doutor, IMPA

02. Harold Rosenberg
PhD. University of California, Berkeley

DADOS GERAIS

1. O IMPA

1.1 Histórico

Foi criado em 15/10/1952 e em 07/08/1956 teve a sua existência homologada por decreto do Presidente da República, como unidade vinculada ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Em 27/12/2000, por meio do Decreto n° 3703, foi transformado em Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), como Organização Social.

1.2 Localização

O IMPA está localizado no Bairro Jardim Botânico, no Rio de Janeiro. Seu endereço é:

Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA
Estrada Dona Castorina, 110 – Jardim Botânico
22460-320 Rio de Janeiro-RJ
http://www.impa.br
Tel.: (021) 2529-5000
Fax: (021) 2512-4115

1.3 Finalidades

O IMPA tem por finalidade o ensino e a investigação científica no campo da Matemática Pura e Aplicada, assim como a difusão e aprimoramento da cultura matemática no país.

Um dos objetivos é cooperar para a formação, no Brasil, de equipes de matemáticos capazes de propiciar o exercício da pesquisa matemática como atividade permanente nos Departamentos de Matemática das Universidades. Outro objetivo é formar pessoal capacitado a trabalhar e a fazer pesquisas em órgãos públicos e privados, cujas atividades requeiram utilização de técnicas de Matemática e suas aplicações. Isto tem colocado o IMPA em posição de destaque nacional e internacional. O IMPA desempenha um papel fundamental na formação de mestres e doutores, na elaboração de uma literatura matemática brasileira de alta qualidade, na organização sistemática de programas de pós-doutorado de longa e curta duração, na realização bi-anual dos Colóquios Brasileiros de Matemática, na realização anual de reuniões científicas de elevado nível e em âmbito internacional, no intercâmbio e na realização de projetos conjuntos de pesquisa com centros matemáticos nacionais e estrangeiros, no oferecimento de cursos de iniciação científica e na manutenção de uma biblioteca completa e atualizada de Matemática.

1.4 Estrutura Administrativa

A orientação e o planejamento das atividades do IMPA são atribuições da Diretoria, composta de um Diretor Geral e de um Diretor Adjunto, assessorados pelo órgão consultivo, o Conselho Técnico Científico. A Direção do IMPA é assessorada, ainda, por 8 (oito) Coordenações. Com exceção das Coordenações de Administração, Financeira e de Projetos Especiais, cada Coordenação é assessorada por uma comissão formada por membros do Corpo Científico do IMPA.

1.5 Biblioteca

A Biblioteca do IMPA possui um grande acervo de livros clássicos e modernos e recebe regularmente cerca de quinhentos dos mais importantes periódicos de Matemática e áreas científicas afins. É biblioteca de referência no Brasil e considerada de excelente nível em padrão internacional.

A Biblioteca faz parte da rede de bibliotecas-base do Programa de Comutação Bibliográfica (COMUT), que permite a obtenção de cópias de documentos de bibliotecas, centros de documentação e bancos de dados integrantes de uma rede comum. Está aberta ao público para consultas e também mantém serviço de empréstimo com outras bibliotecas do Rio de Janeiro, além de disponibilizar o seu catálogo na Internet, para consultas ao acervo bibliográfico. O IMPA também franqueia à comunidade o acesso ao salão de leitura, que tem uma bela vista para a Floresta da Tijuca e para a Lagoa Rodrigo de Freitas, inclusive nos fins-de-semana.

A Biblioteca do IMPA permite acesso, através da Internet, às seguintes bases de dados: MathSciNet; Zentralblatt MATH Database, MATH DI Database, ISI Web of Knowledge (Citation Database), além de texto completo de artigos e periódicos através do Portal da CAPES.

e-mail: library@impa.br

1.6 Apoio Computacional

O IMPA possui um ambiente computacional de excelente padrão internacional, muito bem estruturado e conectado à Internet, que é utilizado pelos pesquisadores, visitantes, alunos e funcionários para realização das suas atividades.

A rede local, consiste de um backbone Gigabit Ethernet em fibra ótica e conexões em cabo UTP, categoria 6, interligando aproximadamente 650 estações de trabalho heterogêneas e outros periféricos. A sua conexão com a RedeRio é realizada através da PUC-Rio por um enlace de 10Mbps, enquanto que com a RNP a conexão é realizada através do nó do backbone no CBPF,com velocidadede 100Mbps.

O IMPA mantém vários laboratórios de aplicações específicas como o Laboratório de Dinâmica dos Fluidos, Laboratório de Visão e Computação Gráfica, Laboratório de Estereoscópica, Laboratório de Alunos e Laboratórios de Treinamento.

e-mail: cin@impa.br

1.7 Publicações

Considerando a necessidade de uma literatura matemática brasileira, o IMPA criou diversas séries de publicações com textos para graduação e pós-graduação, e monografias de nível avançado. A fim de que seus efeitos se façam sentir com mais rapidez e se irradiem mais amplamente, dá-se maior ênfase à publicação de textos em nível de pós-graduação.

As séries de publicações elaboradas pelo IMPA são:

Coleção Publicações Matemáticas: é formada de trabalhos expositórios que tanto podem conter resultados de pesquisa como textos de cursos ou seminários. Esta coleção substitui e amplia as Monografias de Matemática (que chegou em 1993 ao seu sexagésimo volume). Alguns dos títulos das Monografias de Matemática foram traduzidos e publicados como subsérie da "Springer Lecture Notes in Mathematics".

Coleção Projeto Euclides: divulga teorias matemáticas relevantes, atualizadas, com vistas a contribuir para a formação de cientistas e de técnicos de alto nível. Dão enfoque especial aos assuntos centrais dos currículos de pós-graduação e de interesse também para áreas que realizam pesquisa no País.

Coleção Matemática Universitária: é uma série de livros escritos por matemáticos com grande competência e experiência didática, inteiramente adaptados aos currículos e à formação de alunos, que servem como textos para cursos em nível de graduação nas universidades brasileiras, portuguesas e latino-americanas.

Coleção Matemática e Aplicações: tem por objetivo publicar livros em nível de graduação, mestrado ou doutorado, em áreas que utilizem de forma integrada técnicas de outros ramos da Ciência associadas a modelos matemáticos. Ela inclui os textos publicados anteriormente na Série Computação Matemática.

Coleção Informes de Matemática: tem como objetivo a rápida divulgação de resultados de pesquisa que poderão mais tarde aparecer em periódicos especializados. Esta coleção é constituída por trabalhos de pesquisa, teses e dissertações e pode ser consultada (a partir de 2001) no servidor de pré-publicações do IMPA.

e-mail: ddic@impa.br

2. ATIVIDADES DO IMPA

2.1 Pós-Graduação

O IMPA está credenciado pelo Conselho Federal de Educação, desde 1971, como centro de pós-graduação em Matemática Pura e Aplicada, aos níveis de Mestrado e Doutorado.

No Curso de Mestrado, o estudante adquire cultura básica que lhe permitirá ensinar qualquer disciplina da Matemática em nível de graduação ou exercer atividades profissionais que requerem aplicações da Matemática a problemas técnicos ou científicos. O Doutorado tem por finalidade a formação de pesquisadores. Sua exigência fundamental consiste na elaboração de uma tese que constitua contribuição original e relevante para o progresso da Matemática.

O IMPA dá uma ênfase especial ao Doutorado. Com este propósito, o Mestrado foi concebido de forma a permitir também um acesso rápido ao Doutorado.

Como preparação para a Pós-Graduação o IMPA tem um programa de Iniciação Científica com dois objetivos: i) completar o treinamento básico da graduação, de maneira a habilitar o estudante para o Mestrado; ii) dar uma oportunidade para que estudantes que ainda estejam cursando graduação em Matemática, Engenharia, Física, etc., testem sua aptidão e seu interesse pela Matemática em cursos do IMPA, visando um possível engajamento na pós-graduação.

2.2 Pesquisa

No momento, o IMPA conta com onze grupos de pesquisa distribuídos pelas seguintes áreas:

Álgebra

Análise / Equações Diferenciais Parciais

Computação Gráfica

Dinâmica dos Fluidos

Economia Matemática

Geometria Complexa e Folheações Holomorfas

Geometria Diferencial

Geometria Simplética

Otimização

Probabilidade

Sistemas Dinâmicos e Teoria Ergódica

A seguir, será feito um breve resumo sobre as atividades desenvolvidas atualmente em cada uma das áreas acima mencionadas, com a indicação de suas principais linhas de pesquisa.

2.2.1 Álgebra

As pesquisas em Álgebra no IMPA têm sido realizadas nas seguintes áreas:

- *Geometria Algébrica*
- *Teoria dos Números*
- *Álgebra Comutativa*

A *Geometria Algébrica* estuda a classificação, as propriedades de interseção e as singularidades de conjuntos definidos por equações polinomiais a várias variáveis. Classicamente, ela se originou no estudo das curvas e superfícies definidas por tais equações. Neste aspecto tem muitas ligações com o estudo das variedades analíticas e diferenciais. Muitos de seus métodos são tipicamente da Topologia Algébrica e de certas partes da Análise. Em seu aspecto local, a Geometria Algébrica pode ser expressa na linguagem da Álgebra Comutativa. No aspecto global, lança mão de métodos cohomológicos, os quais tem influenciado outras partes da Matemática.

A *Teoria dos Números* teve seu impulso inicial na busca de soluções inteiras e racionais de equações a coeficientes inteiros (equações diofantinas). Entre outras coisas, isso levou ao estudo das extensões algébricas finitas do corpo dos números racionais e ao estudo da aritmética das variedades algébricas.

Os esforços para resolver abstratamente certos problemas que surgiram na Geometria Algébrica e na Teoria dos Números Algébricos deram origem à Álgebra Comutativa, cujos objetivos principais são a classificação dos anéis comutativos e a determinação de suas estruturas, segundo propriedades geométricas, aritméticas e algébricas.

Os resultados alcançados nestes tópicos de pesquisa fundamental têm encontrado ampla aplicação, tanto teórica (Física, Biologia, etc.) como prática (Criptografia, Códigos, etc.)

No IMPA as principais linhas de pesquisa são:

- Singularidades de curvas algébricas;
- Curvas algébricas e seus espaços de classificação;
- Fibrados vetoriais sobre curvas algébricas;
- Curvas algébricas sobre corpos finitos e seus pontos racionais;
- Curvas racionais em variedades algébricas.

2.2.2 Análise / Equações Diferenciais Parciais

As pesquisas em Análise no IMPA se desenvolvem nos seguintes setores:

Equações Diferenciais Parciais da Física Matemática: São estudadas equações de evolução não lineares, por exemplo, as de Korteweg-de Vries, Benjamin-Ono, Navier-Stokes e Euler, e são abordados aspectos tais como a existência de soluções, a unicidade, dependência dos dados iniciais e o comportamento assintótico. Outro tema importante é a equação de Schrödinger com funções hamiltonianas dependentes do tempo, que é estudada através das propriedades espectrais dos operadores associados.

Problemas Inversos e Aplicações: A teoria de problemas inversos se dedica à determinação de parâmetros ou funções que entram em modelos físicos com base em propriedades ou observações das soluções das equações que caracterizam tais modelos. Em geral os modelos considerados levam a equações diferenciais parciais cuja solução requer a utilização de métodos numéricos conjuntamente com técnicas analíticas. A área de problemas inversos tem sido objeto de grande atividade recente e tem interfaces multi-disciplinares com aplicações como, por exemplo, em tomografia computadorizada, geofísica, semi-condutores e finanças quantitativas.

Sólitons e Análise Não-Linear: Sólitons são ondas de grande amplitude que se propagam em meios não-lineares e interagem sem mudanças substanciais na sua forma. Esta teoria se desenvolveu acentuadamente a partir da década de 70, buscando compreender a suepreendente robustez deste fenômeno e desenvolver as suas inúmeras aplicações, da engenharia ótica à transmissão de sinais.

Leis de Conservação, Equações Cinéticas, Equações da Mecânica dos Fluidos e Teoria Geométrica da Medida às Equações Diferenciais: Nesses tópicos são estudados sistemas de equações diferenciais parciais não-lineares que surgem na mecânica do contínuo, na teoria cinética dos gases da mecânica dos fluidos clássica e relativística. A Teoria Geométrica da Medida desempenha um papel fundamental no estudo dessas equações em questões como a regularidade, homogenização, comportamento assintótico, etc. Também são analisados métodos de aproximação tais como diferenças finitas, métodos de relaxação e métodos cinéticos. Os problemas tratados têm em geral uma forte motivação em aplicações tais como fluidos em meios porosos, filtração, dinâmica dos gases, cinética dos gases, eletromagnetismo, fluxos de tráfico, transporte ótimo de massas, etc.

2.2.3 Computação Gráfica

O Projeto Visgraf de Visão e Computação Gráfica, foi criado em 1989, para promover e desenvolver as atividades de pesquisa, ensino e desenvolvimento de projetos nas áreas afins que envolvem modelos geométricos e imagens. O interesse do IMPA pela Computação Gráfica datava de uns dez anos antes, no início da década de oitenta, quando foi adquirido um terminal gráfico Textronix que atualmente é parte da coleção histórica do laboratório.

O Visgraf adota a filosofia de que a Computação Gráfica é um ramo aplicado da Matemática. Como tal, o grupo está muito interessado nos fundamentos matemáticos da Computação Gráfica e em suas aplicações. As áreas principais de pesquisa do Laboratório são: Processamento, Síntese e Análise de Imagens; Visualização; Modelagem Geométrica; Interação; Animação e Multimídia.

Segue-se um resumo mais detalhado das linhas de pesquisa em execução pelo grupo.

- Modelagem e Visualização
  - Estruturas de Malhas Hierárquicas
  - Métodos Numéricos Intervalares
  - Superfícies de Subdivisão 4-8
  - Síntese de Formas em Multi-escala
  - Textura Dinâmica de Superfícies Implícitas

- Visão e Processamento de Imagens
  - Árbitro Virtual
  - Quantização de Imagens
  - Meio-tom Digital com curvas de preenchimento do espaço

- Animação e Multimídia
  - Visorama: Realidade Virtual com Panoramas
  - Captura e Processamento de Movimento
  - Deformação e Metamorfose de Objetos Gráficos
  - Cenários Virtuais e Composição de Imagens

- Interfaces e Aplicações
  - VisMed: Visualização e Análise de Imagens Médicas
  - Fotografia 3D
  - Visualização de Dados Geográficos
  - Bancos de Dados de Vídeo

O Projeto Visgraf é apoiado pela FINEP, CNPq, FAPERJ, e mantém colaboração regular com o Tecgraf e o Matmídia da PUC-Rio, o CMA da Ecole Polytechnique e o Media Research Lab do Courant Institute of Mathematical Sciences.

2.2.4 Dinâmica dos Fluidos

Dinâmica dos Fluidos é uma área de pesquisa muito antiga e ao mesmo tempo de intensa atividade em pesquisa até a presente data. Nesta área, confluem técnicas de Análise Matemática, Análise Assintótica, Análise Numérica, Probabilidade, Teoria de Leis de Conservação e de Equações de Reação-Difusão, de Sistemas Dinâmicos, como Teoria de Bifurcações, dentre outras. Devido à sua relevância tecnológica e à grande gama de problemas matemáticos interessantes que origina, continua sendo uma das áreas mais importantes de Equações Diferenciais Parciais. Nas últimas décadas tem sido impulsionada pelo uso intensivo de computadores, no qual a Análise Numérica é de grande importância, passando a ser uma área central em Computação Científica.

A partir de 1987 estabeleceu-se no IMPA um pequeno grupo de pesquisa em Dinâmica dos Fluidos com ênfase em aplicações úteis ao país. As principais são: Recuperação de Petróleo, Aspectos de Modelagem, Previsão Numérica de Tempo e de Modelagem Ambiental, Propagação de Ondas em Meios Heterogêneos e Análise Numérica, Decomposição de Domínios e Computação Paralela. Mais detalhadamente, o grupo tem trabalhado em:

- Escoamento em Reservatórios Petrolíferos;
- Modelagem Geofísica: escoamentos no oceano, no subsolo, na atmosfera e em rios;
- Propagação de Ondas Costeiras e Ondas Acústicas em meios heterogêneos;
- Análise Numérica, Decomposição de Domínios e Computação Paralela.

O Laboratório de Dinâmica dos Fluidos Computacional (www.fluid.impa.br) é utilizado para a realização de experimentos computacionais e para aulas práticas. As atividades do grupo espalham-se por uma rede de colaboradores, envolvendo muitas instituições, tanto brasileiras como estrangeiras, com a realização de projetos conjuntos. As suas atividades têm recebido apoio de diversas instituições e agências financiadoras.

2.2.5 Economia Matemática

A Economia Matemática consiste na aplicação da Matemática ao desenvolvimento de modelos econômicos, com o propósito de construir uma Teoria Econômica rigorosa e unificada. As técnicas da Análise Funcional, Topologia, Topologia Diferencial são de amplo uso no modelo econômico central: A Teoria do Equilíbrio Geral. Equações Diferenciais e Sistemas Dinâmicos provêm aos economistas matemáticos as ferramentas básicas para a análise do processo ou dinâmica econômica. Probabilidade é fundamental no estudo de modelos econômicos, onde risco e incerteza estão presentes.

Aliada à Economia Matemática, tem-se a Econometria, que estuda as propriedades dos processos de geração de dados, das técnicas de análise de dados econômicos e os métodos de estimação e testes de hipóteses econômicas. Nessa área, o ferramental desenvolvido pela Estatística é central.

As principais áreas de pesquisa desenvolvidas no IMPA atualmente são:

- Equilíbrio Geral, Economia Dinâmica e Teoria do Capital;
- Informação e Assimétrica;
- Mercados Incompletos e Bancarrota.

2.2.6 Geometria Complexa e Folheações Holomorfas

A teoria das equações diferenciais complexas foi iniciada no século XIX com os trabalhos de Briot e Bouquet, Poincaré, Picard, Darboux, Painlevé, Halphen e já no início do século XX, Dulac. Quando uma equação vem dada por polinômios, ela define de maneira natural uma folheação por folhas de dimensão um no espaço euclidiano ou em uma de suas compactificações. A questão principal consiste em analisar a dinâmica das soluções (as folhas), tanto local quanto globalmente.

A pesquisa moderna na área foi retomada por Reeb na França, inspirado pelos trabalhos de Painlevé, e por Petrovsky, Landis e Iliashenko na Rússia, motivados pelo 16o problema de Hilbert. A década de 70 trouxe intenso desenvolvimento na França, com as contribuições de Moussu, Mattei, Cerveau, Martinet e Ramis, e no Brasil com os avanços alcançados pelo grupo do IMPA. Desde então o grupo tem tido contribuição fundamental no estabelecimento de teoremas importantes, frequentemente com a colaboração de pesquisadores de universidades brasileiras.

Os fenômenos modelados por equações diferenciais polinomiais reais geram, de uma maneira natural, equações diferenciais complexas. A interface entre a equação real e a sua complexificada conduz a uma melhor compreensão do fenômeno modelado. Uma das razões é que o estudo do problema complexificado permite a utilização de ferramentas provenientes da Análise Complexa e da Geometria Algébrica, revelando aspectos não aparentes do problema real e produzindo resultados que podem ser interpretados no contexto original. Inversamente, o estudo de equações diferenciais do tipo Picard-Fuchs e aquelas provenientes de conexões de Gauss-Manin resulta em demonstrações rigorosas de alguns teoremas fundamentais da Geometria Algébrica, como o teorema de Noether-Lefschetz. Tais equações são satisfeitas por períodos de fibrações e deram origem à teoria de Hodge em Geometria Algébrica.

A pesquisa desenvolvida no IMPA trata de uma variada gama de problemas que vão desde questões clássicas de integrabilidade por meio de funções transcendentes até questões mais modernas sobre a dinâmica de folheações e aplicações em Geometria Algébrica e Teoria de Hodge. Algumas linhas desta pesquisa são:

- Conjuntos limites de folheações;
- Estrutura transversal de folheações complexas;
- Folheações projetivas de codimensão um Geometria birracional de folheações;
- Linearização de folheações e vizinhanças normais;
- Soluções algébricas de equações diferenciais algébricas;
- Uniformização das folhas de uma folheação complexa;
- Índices e invariantes de folheações projetivas;
- Componentes irredutíveis dos espaços de folheações 16º problema de Hilbert e zeros de integrais abelianas;
- Equações de Picard-Fuchs, e teoria de Picard-Lefschetz;
- Equações diferenciais de formas modulares;
- Variedades de Calabi-Yau Ciclos de Hodge e ciclos algébricos.

2.2.7 Geometria Diferencial

A Geometria Diferencial consiste em aplicações dos métodos da Análise local e global a problemas de Geometria. Ela tem profundas interligações com outros domínios da Matemática tais como: Equações Diferenciais Parciais (subvariedades mínimas), Topologia (Teoria de Morse e classes características), Funções Analíticas Complexas (variedades complexas), Sistemas Dinâmicos (fluxo geodésico) e Teoria dos Grupos (variedades homogêneas). A linguagem e os modelos da Geometria Diferencial têm encontrado aplicações em domínios afins tais como a Relatividade e a Mecânica Celeste. Dado este caráter interdisciplinar, a Geometria Diferencial tem mostrado grande vitalidade e tem se desenvolvido em várias direções que apresentam um considerável volume de pesquisas nos dias atuais.

No IMPA, as principais linhas atuais de pesquisa em Geometria Diferencial estão vinculadas à Geometria Riemanniana. Entre elas, podemos mencionar:

- Subvariedades Mínimas e de Curvatura Média Constante;
- Curvatura e Topologia;
- Imersões Isométricas;
- Análise Geométrica.

2.2.8 Geometria Simplética

Geometria Simplética é um ramo da Geometria Diferencial com raízes históricas na formulação geométrica da mecânica clássica do século XIX, conhecida como “formalismo Hamiltoniano". Seus desenvolvimentos recentes, contudo, são fruto de sua íntima relação com áreas diversas da Matemática (incluindo topologia, dinâmica e geometria complexa e Física Matemática contemporâneas).

No âmbito simplético, os chamados "colchetes de Poisson" (originados nos trabalhos clássicos de Poisson, Jacobi, Lie e Hamilton) tem papel de destaque e levam ao conceito de "variedades de Poisson", que generalizam variedades simpléticas. A geometria de Poisson tornou-se um ativo campo de pesquisa a partir dos anos 1980, combinando técnicas de geometria simplética, teoria de folheações e teoria de Lie. Por outro lado, estruturas de Poisson surgem naturalmente como limites semi-clássicos de sistemas quânticos, e podem ser vistas como objetos intermediários entre a Geometria Diferencial e o mundo das álgebras não-comutativas.

As principais linhas de pesquisa desenvolvidas no IMPA atualmente são:

- Geometria simplética equivariante: ações Hamiltonianas e aplicações momento;
- Variedades de Poisson e geometrias relacionadas: estruturas de Dirac e algebróides de Courant, geometria complexa generalizada;
- Groupoides e algebroides de Lie;
- Geometria de Poisson e quantização por deformação; relações com geometria não-comutativa.

2.2.9 Otimização

As atividades na área no IMPA começaram nos anos 70 com o grupo então denominado de Pesquisa Operacional. Atualmente, os interesses de pesquisa do grupo concentram-se em otimização contínua e áreas correlatas. Entre os tópicos específicos de pesquisa, mencionamos:

- Métodos iterativos para otimização convexa ou viabilidade convexa de grande porte, com aplicações em reconstrução de imagens a partir de projeções (por exemplo, tomografia computadorizada);
- Métodos computacionais para problemas de complementariedade não linear e desigualdades variacionais;
- Generalizações do método de ponto proximal para otimização convexa e desigualdades variacionais monótonas (incluindo recentemente casos não convexos e não monótonos);
- Métodos não monótonos para otimização não linear;
- Teorias de regularidade em dimensão finita (particularmente, 2-regularidade);
- Extensões de operadores monótonos maximais, generalizando o ϵ-subdiferencial de uma função convexa;
- Otimização em espaços de Banach;
- Estudo do espaço dos cones convexos e fechados;
- Otimização de funções a valores vetoriais.

2.2.10 Probabilidade

A Teoria da Probabilidade visa fundamentalmente a modelagem de fenômenos sujeitos a incerteza. Sua utilização no planejamento e inferência estatística é bastante conhecida. Ela se tem revelado de grande importância em áreas tais como Engenharia Elétrica, Teoria da Informação (detecção de sinal, controle) e Física (Mecânica Estatística, Clássica ou Quântica). Ademais, modelos, conceitos e métodos probabilísticos são hoje amplamente utilizados em Química, Ciências Sociais e Ciências Econômicas.

As principais linhas de pesquisa no IMPA são:

- Comportamento Hidrodinâmico de Sistemas de Partículas;
- Pequenas Perturbações Aleatórias de Sistemas Determinísticos;
- Percolação;
- Sistemas Markovianos com Infinitas Componentes em Interação.

Um objetivo importante é obter modelos matematicamente rigorosos que favoreçam o entendimento de questões delicadas, ligadas à Mecânica Estatística, tais como o limite hidrodinâmico. Examinam-se também conexões com problemas estatísticos de reconstrução de imagens.

2.2.11 Sistemas Dinâmicos e Teoria Ergódica

Na segunda metade do século XIX, um dos maiores gênios da matemática de todos os tempos, Henri Poincaré, inicia seus trabalhos científicos buscando compreender o comportamento a longo prazo das trajetórias das equações diferenciais, sem necessariamente integrá-las, ou seja, explicitá-las em termos de funções conhecidas, como as polinomiais, trigonométricas, exponenciais e logaritmicas. Poincaré propôs desde o início que tal estudo fosse restrito à "maioria" das equações diferenciais, pois do contrário ele não seria viável. Nasce assim, a Teoria Qualitativa dos Sistemas Dinâmicos. A seguir ela se enriquece com os trabalhos de Poincaré sobre sistemas conservativos, especialmente aqueles da mecânica celeste, buscando compreender a evolução do sistema solar. O mesmo pode-se dizer quanto à evolução dos fenômenos naturais de um modo geral.

Esta teoria teve contribuições fundamentais de alguns dos maiores matemáticos do século XX, tais como Lyapunov, Andronov, Birkhoff e Kolmogorov. Neste processo, sua abrangência cresceu muito, passando-se a contemplar outros modelos de evolução no tempo além das equações diferenciais: iterações de transformações, equações diferenciais com retardamento, equações diferenciais parciais de evolução, transformações e equações diferenciais estocásticas. Ao mesmo tempo, intensificou-se a aplicação de resultados e métodos de Sistemas Dinâmicos na explicação de fenômenos complexos nas diversas ciências: Química (reações químicas, processos industriais), Física (turbulência, transição de fase, ótica), Biologia (competição de espécies, neurobiologia), Economia (modelos de crescimento econômico, mercado financeiro) e muitos outros.

Entre as ferramentas utilizadas por Poincaré, menciona-se o estudo das medidas de probabilidade invariantes sob a ação do sistema, que é o objetivo da Teoria Ergódica. Esta teoria relaciona-se diretamente aos trabalhos de Boltzmann, Maxwell e Gibbs, que fundaram a Teoria Cinética dos Gases na segunda metade do século XIX. Os teoremas ergódicos provados por Birkhoff e Von Neumann nas primeiras décadas do século XX, muito contribuíram para estabelecer os fundamentos desta área, que iria mostrar-se notavelmente bem sucedida no âmbito dos sistemas dinâmicos diferenciáveis. Além dos trabalhos pioneiros de Kolmogorov sobre turbulência, outro fato notável foi a constatação, a partir dos trabalhos de Lorenz sobre convecção e previsão do tempo, no início da década de setenta, de que estocasticidade não é uma característica apenas dos sistemas complexos: mesmo fenômenos determinísticos com leis de evolução simples não-lineares podem comportar-se de modo até certo ponto imprevisível. De fato, as trajetórias de tais sistemas são, com probabilidade total, sensíveis a longo prazo às condições iniciais, comportamento este atualmente chamado de "caótico". A Teoria Ergódica pode conduzir a uma descrição bastante satisfatória desse comportamento, em termos estatísticos ou probabilísticos.

A pesquisa do grupo de Sistemas Dinâmicos do IMPA abrange as principais áreas de interesse atual na Dinâmica Dissipativa e também direções importantes da Dinâmica Conservativa, em que se supõe a existência de uma medida invariante especial, traduzindo alguma lei de conservação. As atuais linhas de pesquisa no IMPA são:

- Atratores estranhos, medidas físicas, estabilidade estocástica;
- Bifurcações homoclínicas e dimensões fractais;
- Dinâmica simplética;
- Dinâmica uni-dimensional;
- Expoentes de Lyapunov e hiperbolicidade não-uniforme;
- Hiperbolicidade parcial, decomposição dominada, robustez dinâmica.

2.3 Pesquisadores Visitantes. Pós-Doutorado

O IMPA tem um amplo programa de pesquisadores visitantes, comparável aos dos melhores centros internacionais. O alto padrão científico dos projetos de pesquisa conjuntos desenvolvidos com visitantes do IMPA, do Brasil e do exterior, tem dado uma contribuição valiosa para o estimulante ambiente que a instituição proporciona aos seus alunos, em todos os níveis, sobretudo no de Doutorado.

O IMPA mantém intenso intercâmbio com pesquisadores das universidades brasileiras, contribuindo para o progresso da pesquisa matemática em nosso país. Por outro lado, o IMPA, seus pesquisadores e alunos beneficiam-se da presença frequente destes pesquisadores nacionais. Assim, anualmente, um número significativo de bolsistas de Pós-Doutorado oriundos de nossas universidades têm estagiado no IMPA por períodos de 6 meses a 1 ano, sendo suas bolsas, às vezes, renovadas para períodos de até 2 anos. Há ainda o Programa de Pós-Doutorado de Verão, especialmente destinado aos pesquisadores nacionais, os quais têm usufruído de maneira crescente desta ocasião para se dedicarem aos seus trabalhos de pesquisa e às atividades de seminários e conferências, bem como ao desenvolvimento conjunto de pesquisas com membros do corpo científico do IMPA ou com visitantes de outros centros.

e-mail: dac@impa.br

2.4 Reuniões Científicas

2.4.1 Colóquio Brasileiro de Matemática

O Colóquio Brasileiro de Matemática é uma ampla reunião científica organizada pelo IMPA congregando bianualmente cerca de 1000 estudantes e pesquisadores das diversas áreas existentes do país, em Matemática, Matemática Aplicada e Estatística. Tem representado um dos mais significativos elos de unidade da Matemática Brasileira, ao longo de quase quatro décadas de existência.

Os últimos Colóquios, do 15º ao 28º têm-se realizado no IMPA, devido a sua adequada infraestrutura e seu ambiente científico. São oferecidos cursos elementares e avançados, cujos professores preparam textos especialmente para este fim. O programa oferece também conferências de diversos tipos: conferências plenárias, de caráter geral e proferidas por destacados matemáticos, conferências de divulgação científica, conferências especializadas e comunicações.

2.4.2 Reuniões por áreas de Pesquisa

O IMPA tem realizado várias reuniões anuais em diversas áreas de pesquisa. Estas reuniões e o programa de pesquisadores visitantes proporcionam períodos concentrados de troca de idéias com destacados especialistas. Permitem ainda divulgar as pesquisas realizadas no Brasil, em especial no IMPA, inclusive as teses de nossos doutorandos, bem como tomar conhecimento em primeira mão de pesquisas importantes realizadas no exterior. As reuniões científicas representam, assim, mais um estímulo aos pesquisadores brasileiros e alunos de Doutorado de nossas instituições.

3 ENSINO

e-mail: ensino@impa.br

3.1 Programa de Iniciação Científica

As disciplinas de Iniciação Científica são destinadas a alunos de Matemática, Engenharia, Física, Ciências Econômicas, Estatística e outros cursos superiores. Os alunos inscritos no Programa de Iniciação Científica do IMPA podem receber bolsas de estudo do CNPq (v. item 3.5.1). O Edital referente ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) é divulgado anualmente, geralmente, nos meses de maio ou junho.

3.2 Programa de Verão

Nos meses de janeiro e fevereiro o IMPA oferece um Programa Especial de Verão para professores e alunos de outras instituições, sem interrupção das atividades normais de ensino e pesquisa. Neste período são também oferecidos cursos de Iniciação Científica para alunos de graduação do Rio de Janeiro e de outros Estados. Muitos alunos de pós-graduação de outras instituições têm participado do Programa de Verão contribuindo para um maior intercâmbio entre os diversos centros matemáticos.

Para o Programa de Verão, o IMPA oferece algumas bolsas com duração de dois meses para alunos que não residem na cidade do Rio de Janeiro. Os pedidos de bolsas para este período devem ser realizados no site do IMPA: http://ensino.impa.br, por meio de formulário eletrônico, até o dia 30 de setembro.

3.3 Programas de Pós-Graduação

Os alunos regularmente matriculados são admitidos em um dos seguintes programas:

a) Mestrado (Opções: Matemática; Economia Matemática; Computação Gráfica; Matemática Computacional e Modelagem)

b) Doutorado

Existem na Pós-Graduação do IMPA duas categorias de alunos: alunos regularmente matriculados e alunos de cursos livres.

É possível a inscrição em disciplinas isoladas no IMPA, como aluno de curso livre, a critério da Coordenação de Ensino. Os alunos de cursos livres obtêm créditos correspondentes às disciplinas cursadas que são validados no caso de uma posterior admissão aos programas de Pós-Graduação.

3.4 Documentos para admissão

O pedido de admissão aos programas de Pós-Graduação do IMPA é analisado pela Comissão de Ensino e deve ser feito por meio de candidatura online, no endereço http://ensino.impa.br, do qual constam as seguintes etapas:

Para todos os programas:

I - Formulário eletrônico, devidamente preenchido pelo candidato;

II – Anexar o histórico escolar oficial, emitido pela Instituição onde o candidato realizou seus estudos superiores. Se o candidato estiver ainda cursando a graduação, deve enviar um histórico escolar tão completo quanto possível. A emissão do diploma de mestrado e doutorado é condicionada à apresentação do diploma de conclusão de curso;

III - Duas folhas de referência preenchidas por professores ou outros profissionais qualificados, por meio eletrônico;

IV - Uma pequena carta, escrita pelo candidato, dizendo quais serão os seus planos durante e depois do curso a que se candidata. Incluir na mesma uma lista dos livros de Matemática, em nível universitário, dos quais já leu parte substancial;

V- Um retrato 3 x 4 (digitalizado).

3.5 Bolsas

Visando melhor rendimento no Programa de Pós-Graduação, aconselha-se aos candidatos admitidos pelo IMPA a iniciarem seus estudos no Período de Verão. Para isto, o IMPA concede-lhes prioridade na distribuição das bolsas de Verão (janeiro-fevereiro) mencionadas no item 3.2.

3.5.1 Bolsas de Iniciação Científica

As bolsas de Iniciação Científica são concedidas a alunos de excelente desempenho através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) e outros programas de responsabilidade de pesquisadores do IMPA. A seleção de candidatos ocorre normalmente durante o mês de junho. É obrigação do aluno bolsista de Iniciação Científica cursar pelo menos uma disciplina por período letivo ou participar de um projeto junto ao professor orientador. As informações sobre a disponibilidade destas bolsas podem ser obtidas na Divisão de Ensino.

3.5.2 Bolsas de Mestrado e Doutorado

Estas bolsas são geralmente concedidas pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A vigência é de 2 anos para o programa de mestrado e de 4 anos para o programa de doutorado.

As entidades que fornecem bolsas exigem a aceitação prévia do candidato em uma instituição e estabelecem prazos para a apresentação dos pedidos. Os interessados em bolsas de Pós-Graduação devem solicitar admissão ao IMPA no período de 1° de março a 31 de outubro de cada ano. Pedidos fora do prazo podem ser eventualmente considerados.

3.6 Disciplinas e créditos

As disciplinas do IMPA são oferecidas nos níveis: Iniciação Científica, Mestrado Profissional, Mestrado e Doutorado.

As disciplinas de Iniciação Científica são destinadas a despertar e avaliar vocações, e completar o treinamento básico do estudante de graduação com vistas ao seu aproveitamento na pós-graduação em Matemática. Ocasionalmente, tais disciplinas podem ser usadas para cobrir lacunas de formação de candidatos ao Mestrado.

As disciplinas de Pós-Graduação têm a duração de um período letivo e constam de três horas de aula semanais, exceto no Período do Verão quando a carga horária é de seis horas semanais. Cada crédito corresponde a cerca de 16 horas de aula. Em geral não são computadas aulas/horas de exercícios.

A aprovação em disciplinas de Iniciação Científica não é contada como crédito de Pós-Graduação.

O programa de estudos de cada candidato é elaborado sob a supervisão de um orientador, designado pela Comissão de Ensino.

Para reconhecimento de créditos cursados em outras instituições, o candidato deverá dirigir um pedido a Comissão de Ensino, anexando as ementas das disciplinas e graus obtidos. Poderão ser reconhecidos, a critério da Comissão de Ensino, um máximo de 12 créditos obtidos em programas de Pós-Graduação de outras instituições.

3.7 Períodos letivos

Período de Verão: janeiro – fevereiro
Segundo Período: março – junho
Terceiro Período: agosto – novembro

3.8 Inscrições e cancelamentos em disciplinas por meio eletrônico

As inscrições nas disciplinas oferecidas no IMPA estarão abertas durante 30 (trinta) dias: 15 (quinze) dias antes e 15 (quinze) dias após o início de cada período letivo.

Até a metade de cada período letivo o aluno regular pode cancelar sua inscrição em qualquer das disciplinas, respeitado o número mínimo de disciplinas a serem cursadas (vide item 3.8.1).

A inscrição e o cancelamento em uma disciplina, para os alunos matriculados no IMPA, necessitam do consentimento do seu orientador e aprovação da Coordenação de Ensino.

3.8.1 Número mínimo de disciplinas

Todo aluno bolsista no IMPA é considerado em regime de tempo integral, devendo cursar pelo menos uma disciplina no período de Verão (janeiro-fevereiro) e pelo menos duas disciplinas nos demais períodos letivos. As exceções devem ser autorizadas pela Comissão de Ensino.

Entre as disciplinas acima referidas podem ser incluídas: Elaboração da Dissertação de Mestrado, Elaboração de Tese de Doutorado e Seminários. Também podem ser incluídos os Cursos de Leitura, desde que aprovados pelo professor orientador e pelo professor encarregado do curso.

Os alunos matriculados, mesmo em regime de tempo parcial, devem se inscrever em disciplinas e têm que justificar junto à Comissão de Ensino as suas eventuais ausências nos períodos letivos do IMPA.

3.9 Critério de Avaliação do Rendimento

O aproveitamento em cada disciplina é avaliado mediante provas, trabalhos individuais ou exposições orais. O processo de avaliação é da responsabilidade do professor encarregado da disciplina, respeitadas as normas gerais da Comissão de Ensino.

O rendimento do aluno em disciplinas é usualmente medido por um dos graus **A, B, C,** e **F**, sendo **F** o único grau reprovatório. No entanto, em Seminários e em alguns cursos avançados do Doutorado o rendimento é medido pelos graus **P** (aprovatório) e **F** (reprovatório).

A Comissão de Ensino acompanha o rendimento do aluno ao longo do programa e caso considere o desempenho insatisfatório pode optar pelo seu desligamento. De modo geral, cada grau **F** ou **C** obtido deve ser compensado por um grau **A**. Além disso, a obtenção de dois graus **F** normalmente implica no desligamento do programa.

Utiliza-se ainda o grau **I** (incompleto) para indicar que o aluno completará o trabalho da disciplina em época posterior. No caso deste grau não ser completado até 60 dias após o término do curso, ele será transformado em grau F.

O grau **I** será aceito pela Comissão de Ensino apenas em situações excepcionais e amplamente justificadas.

4 INFORMAÇÕES DIVERSAS

4.1 Certificado de Aperfeiçoamento

Pode ser fornecido um Certificado de Aperfeiçoamento ao aluno que obtiver aprovação em disciplinas de Pós-Graduação perfazendo, no mínimo, 12 créditos.

4.2 Orientação

Cada aluno matriculado no IMPA tem um professor orientador acadêmico que deve aprovar o programa de estudos do candidato no princípio de cada período letivo e acompanhar o seu desempenho acadêmico.

4.3 Trancamento de Matrícula

O pedido de trancamento de matrícula deve ser encaminhado à Comissão de Ensino com aprovação do orientador. O período máximo de trancamento é 2 (dois) anos. O retorno ao programa não é automático e depende de uma avaliação da Comissão de Ensino.

5. MESTRADO

O programa de Mestrado em Matemática do IMPA consta atualmente das seguintes opções:

- Matemática
- Economia Matemática
- Computação Gráfica
- Matemática Computacional e Modelagem

5.1 Condições de Admissão (vide item 3.4)

Ter concluído curso universitário ou possuir conhecimentos matemáticos considerados suficientes pela Comissão de Ensino.

5.2 Disciplinas de 1º ano

Em cada um das opções dos programas de mestrado existe um conjunto de disciplinas listadas abaixo, que deverão ser cursadas durante o primeiro ano. Ao final do primeiro ano, todos os alunos serão avaliados pela Comissão de Ensino e espera-se destes um desempenho de excelência. Os alunos que não obtiverem pelo menos 3 graus A ou B nas disciplinas do 1º ano serão desligados do programa.

Opção Matemática: Análise no R^n, Álgebra I, Análise Complexa, Medida e Integração, Análise em Variedades.

Opção Economia Matemática: Análise no R^n, Economia Matemática e Finanças I, Microeconomia e Medida e Integração.

Opção Computação Gráfica: Análise no R^n, Álgebra Linear e Aplicações, Sistemas Gráficos 3D, Algoritmos, Processamento de Imagens.

Opção Matemática Computacional e Modelagem: Análise no R^n, Álgebra Linear e Aplicações, Análise Complexa, Medida e Integração, Eletiva 1 (escolhida entre cursos regulares).

5.3 Disciplinas de 2º ano

Opção Matemática

Cursar 5 disciplinas em pelo menos 3 grupos abaixo:

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Álgebra II	Analise Funcional	Geometria Diferencial	Dinâmica Hiperbólica	Cadeia de Markov
Álgebra Comutativa	Analise Harmônica	Geometria Riemanniana	EDO	Combinatória I
Corpos de Funções Algébricas	EDP	Geometria Simplética	Introdução às Folheações Holomorfas	Combinatória II
Curvas Algébricas	EDP: Teoria Linear	Grupo Fundamental e Espaços de Recobrimento	Superfícies de Riemann	Introdução a Mecânica Estatística
Geometria Algébrica I	Teoria Analítica dos Números	Introdução à Geometria Complexa	Teoria Ergódica Diferenciável	Probabilidade I
Geometria Algébrica II	Teoria Espectral	Teoria Geométrica dos Grupos	Topologia Diferencial	Probabilidade II
Introdução à Teoria dos Números	-	Topologia das Variedades	-	Processos Estocásticos
Introdução às Álgebras de Lie	-	-	-	-
Teoria Algébrica dos Números	-	-	-	-
Representações de grupos finitos	-	-	-	-

Opção Economia Matemática

- Eletiva 1
- Probabilidade I
- Otimização ou Análise Numérica
- Eletiva 2
- Tópicos de Economia Matemática

Opção Computação Gráfica

- Processamento Geométrico
- Temas em Computação Visual
- Eletiva 1 (escolhida entre cursos regulares)
- Eletiva 2

Opção Matemática Computacional e Modelagem

- Análise Numérica
- Equações Diferenciais Ordinárias
- Equações Diferenciais Parciais
- Eletiva 2 (Análise Funcional, Curso de Leitura em Modelagem Computacional ou outra)
- Eletiva 3 (escolhida entre cursos regulares)

Qualquer disciplina de 2º ano pode ser substituída por uma cadeira mais avançada da mesma área (por exemplo, EDP: Teoria Linear no lugar de EDP; Geometria Riemanniana no lugar de Geometria Diferencial), desde que aprovada pelo orientador acadêmico e pela Coordenação de Ensino.

Para reconhecimento de créditos cursados em outras instituições, o aluno deverá dirigir um pedido à Comissão de Ensino, anexando as ementas das disciplinas e graus obtidos. Poderão ser reconhecidos, à critério da Comissão de Ensino, um máximo de 12 créditos obtidos em programas de Pós-Graduação de outras instituições.

Alunos com rendimento satisfatório no programa de mestrado em matemática podem, mediante aprovação do orientador e da Coordenação de Ensino, substituir a dissertação por duas disciplinas de doutorado ou por uma disciplina de doutorado e pelo Seminário de Pesquisa. O Seminário de Pesquisa pretende dar oportunidade aos alunos de mestrado de tomarem contato com a atividade de pesquisa em Matemática, buscando e lendo a literatura sobre um tópico acessível. Nele, cada aluno deverá preparar uma exposição sobre o tema aprovado pelos pesquisadores responsáveis pelo Seminário, redigir um artigo expositório sobre o mesmo e acompanhar as exposições dos outros alunos matriculados. Serão atribuídos graus, como em disciplinas regulares da pós-graduação, de acordo com o aproveitamento do aluno.

5.4 Dissertação de Mestrado

A elaboração da dissertação deverá ser orientada por um professor do IMPA. A inscrição em Elaboração de Dissertação corresponde a 3 créditos. A Dissertação de Mestrado consiste numa exposição sistemática e pessoal de um tópico aprovado pelo orientador. Depois de redigida a dissertação, o aluno deve entregar um exemplar à Coordenação de Ensino e fazer uma exposição oral perante uma banca composta de três professores, nomeada pela Comissão de Ensino. Uma vez aprovado pela banca, o candidato deve entregar um exemplar em versão eletrônica, para constar da documentação do IMPA.

Os alunos admitidos no programa de mestrado na opção matemática poderão se inscrever em Elaboração de Dissertação no máximo por dois períodos letivos. Os alunos admitidos no programa de mestrado em matemática nas demais opções poderão se inscrever em Elaboração de Dissertação no máximo por três períodos letivos.

5.5 Condições para Concessão do Grau de Mestre

O grau de Mestre é concedido ao aluno matriculado no IMPA que cumprir as seguintes condições:

a) Obter, no mínimo, **36** créditos de Pós-Graduação no programa de mestrado na opção Matemática, na opção Matemática Computacional e Modelagem e na opção Computação Gráfica e **32** créditos para a opção Economia Matemática.

b) Ser considerado aprovado nas disciplinas do 1º ano com pelo menos 3 graus A ou B **(vide item 5.2).**

c) **Opção Matemática:** Redigir, sob a orientação de um professor do IMPA, uma dissertação de mestrado que deve ser aprovada por uma banca designada pela Comissão de Ensino; ou cursar pelo menos duas disciplinas de doutorado obtendo conceitos A ou B; ou cursar uma disciplina de doutorado e participar do Seminário de Pesquisa obtendo conceitos A ou B. No caso de optar por substituir a dissertação de mestrado, o aluno deve submeter, previamente, à Comissão de Ensino, um planejamento de atividades o qual deve ser aprovado pelo orientador.

Opções Economia Matemática e Matemática Computacional e Modelagem: Redigir, sob a orientação de um professor do IMPA, uma dissertação de mestrado que deve ser aprovada por uma banca designada pela Comissão de Ensino ou cursar pelo menos duas disciplinas de doutorado obtendo conceitos A ou B. No caso de optar por substituir a dissertação de mestrado, o aluno deve submeter, previamente, à Comissão de Ensino, um planejamento de atividades o qual deve ser aprovado pelo orientador.

Opção Computação Gráfica: Redigir, sob a orientação de um professor do IMPA, uma dissertação de mestrado que deve ser aprovada por uma banca designada pela Comissão de Ensino.

d) Demonstrar conhecimentos em nível de leitura em Inglês.

e) Ter sido aluno regularmente matriculado no IMPA durante pelo menos dois períodos letivos.

f) Ser aprovado nas disciplinas de 2º ano e obter conceitos mínimos, conforme abaixo:

Opção Matemática: obter, no mínimo, quatro graus A ou B nas disciplinas de 2º ano **(vide item 5.3)**.

Opções: Computação Gráfica, Economia Matemática e Matemática Computacional e Modelagem: obter, no mínimo, três graus A ou B nas disciplinas de 2º ano **(vide item 5.3).**

5.6 Sugestão de Roteiro

No período Agosto-Novembro de seu segundo ano no Programa de Mestrado o aluno deverá iniciar o trabalho de dissertação que será concluído no verão seguinte ou fazer a primeira das duas disciplinas de doutorado, que substituirão a dissertação, fazendo a segunda no verão seguinte ou cursar o seminário de pesquisa e uma disciplina de doutorado no verão seguinte.

Opção Matemática

Período	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Verão	Disciplina de Iniciação Científica	Disciplina de Mestrado ou Doutorado	Disciplina de Doutorado ou Elaboração de Dissertação
2º Período	Análise no R^n Álgebra I Análise Complexa	Três disciplinas de 2º ano vide item 5.3	
3º período	Medida e Integração Análise em Variedades	Duas disciplinas de 2º ano vide item 5.3 Disciplina de Doutorado ou Seminário de Pesquisa ou Elaboração de Dissertação	

Opção Economia Matemática

Período	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Verão	Int. à Econ. Mat. (+) ou Análise na Reta (+)	Eletiva 1	Disciplina de Doutorado ou Elaboração de Dissertação
2º período	Análise no R^n Microeconomia	Probabilidade I Otimização ou Análise Numérica Eletiva 2	
3º período	Medida e Integração Economia Matemática e Finanças I	Tópicos de Economia Matemática Disciplina de Doutorado ou Elaboração de Dissertação	

Obs.: **(+)** Disciplinas de Iniciação Científica
Obs. 2: As disciplinas eletivas deverão ser escolhidas entre as disciplinas regulares do Mestrado, Doutorado e Mestrado Profissional em Finanças, excetuando Otimização 1 e Probabilidade e Processos Estocásticos deste programa. Estas disciplinas deverão ser aprovadas pelo orientador acadêmico.

Opção Computação Gráfica

Período	1º Ano	2º Ano	3º Ano
Verão	Disciplina de Iniciação Científica	Temas em Computação Visual	Elaboração de Dissertação
2º Período	Análise no R^n Álg. Linear e Aplicações Sistemas Gráficos 3D	Processamento Geométrico Eletiva 1 Elaboração de Dissertação	
3º Período	Algoritmos Processamento de Imagens	Eletiva 2 Elaboração de Dissertação	

Obs.: As disciplinas eletivas deverão ser escolhidas entre as disciplinas regulares e deverão ser aprovadas pelo orientador acadêmico.

Opção Matemática Computacional e Modelagem

Período	1º Ano	2º Ano		3º Ano	
		Com Dissertação	Sem Dissertação	Com Dissertação	Sem Dissertação
Verão	Disciplina de Iniciação Científica	Eletiva 2	Eletiva 2	Elaboração de Dissertação	Disciplina de Doutorado
2º período	Análise no R^n Álgebra Linear e Aplicações Análise Complexa	Análise Numérica EDO Elaboração de Dissertação	Análise Numérica EDO Eletiva 3		
3º período	Medida e Integração Eletiva 1	Elaboração de Dissertação EDP	Disciplina de Doutorado EDP		

Obs. 1: A dissertação é obrigatória nesse mestrado para alunos em programas especiais (programas de agências diferentes de CAPES e CNPq)

Obs. 2: As disciplinas eletivas deverão ser escolhidas entre as disciplinas regulares e deverão ser aprovadas pelo orientador acadêmico.

6. DOUTORADO EM MATEMÁTICA

6.1 Condições de admissão (vide item 3.4)

Ter concluído curso universitário ou possuir conhecimentos matemáticos, experiência e maturidade considerados suficientes pela Comissão de Ensino.

6.2 Condições para Concessão do Grau de Doutor

O Grau de Doutor é concedido ao aluno devidamente matriculado no IMPA que cumprir as seguintes condições:

a) Obter quinze créditos em disciplinas de doutorado;

b) Ser aprovado no Exame de Qualificação;

c) Elaborar uma Tese de Doutorado, representando um trabalho de pesquisa original e significativo sobre teoria matemática relevante;

d) Ser aprovado no exame de inglês científico oferecido no instituto;

e) Ter permanecido durante pelo menos três períodos letivos como aluno devidamente matriculado no IMPA;

f) Ser aprovado em pelo menos uma disciplina em três áreas distintas.

São consideradas áreas distintas, entre outras:

Álgebra
Análise / Equações Diferenciais Parciais
Computação Gráfica
Dinâmica dos Fluidos
Economia Matemática
Geometria Complexa e Folheações Holomorfas
Geometria Diferencial
Geometria Simplética
Otimização
Probabilidade
Sistemas Dinâmicos e Teoria Ergódica

6.3 Estágio I e II

O Programa de Doutorado do IMPA consta de duas etapas: Estágio I e Estágio II. Ao final do primeiro ano, o desempenho do aluno será examinado pela Comissão de Ensino, para efeito de admissão ao Estágio II.

6.4 Exame de Qualificação

O Exame de Qualificação deverá ser realizado com no máximo um ano e meio após o início do programa em um único exame oral.

O conteúdo do exame deverá ser de pelo menos quatro cursos do IMPA. Dois destes cursos deverão ser da área de especialização e os outros dois de áreas distintas da especialização.

A banca será composta por no mínimo três membros: o orientador e mais um pesquisador da área de especialização, e mais um pesquisador de cada área abordada.

O exame será realizado nas duas primeiras semanas de cada período letivo. A designação da banca e a definição do dia do exame ficarão a cargo da Coordenação de Ensino.

A ementa do exame deverá ser enviada pelo orientador do aluno para a aprovação da Coordenação de Ensino ao final do primeiro ano do programa e ao menos 30 dias antes do período de exames pretendido.

É recomendado ao aluno (com aprovação do orientador) preparar previamente uma exposição de 10 a 15 minutos sobre um dos assuntos da sua ementa. Esta exposição será apresentada à banca no início do exame oral.

6.5 Tese de Doutorado

A elaboração da tese deve ser orientada por um professor do IMPA que pode não ser o mesmo que orientou o aluno antes de seu Exame de Qualificação. A Tese de Doutorado constitui a principal exigência para a obtenção desse grau. Após ter cumprido a exigência do idioma e depois de redigida a tese, o aluno deve enviar a versão preliminar à Divisão de Ensino com no mínimo 30 dias antes da data sugerida para a defesa. O orientador de tese deve sugerir uma banca, composta por 5 membros efetivos e 1 suplente, sendo pelo menos 3 do Instituto, a ser aprovada pela Coordenação de Ensino.

Se o parecer da banca for favorável à aceitação da tese, o candidato faz uma exposição pública oral da mesma e após é arguido pela banca examinadora. É também facultado aos membros do corpo científico do IMPA dirigir perguntas ao candidato sobre o assunto da tese.

Uma vez aprovado pela banca, o candidato deve enviar a versão final da Tese com até 30 dias para a Divisão de Ensino.

Os alunos admitidos no programa de doutorado, podem se inscrever em Preparação de Tese no máximo por oito períodos letivos.

6.6 Oferta Anual de Disciplinas de Doutorado

Verão	Março	Agosto
Álgebra Comutativa* Análise Funcional Corpos de Funções Algébricas Curvas Algébricas Economia Dinâmica ** Economia Mat. e Finanças II[#] Geometria Simplética[#] Introdução à Mecânica Estatística Métodos Numéricos para EDP ** Representações de Grupos Finitos Superfícies Algébricas Teoria Analítica dos Números Topologia Diferencial	Álgebra Comutativa* Análise Harmônica *** Análise Numérica Combinatória II Dinâmica dos Fluidos *** Dinâmica Hiperbólica Economia Mat. e Finanças II[#] EDP e Aplicações *** Geometria Algébrica II Geometria Riemanniana Geometria Simplética[#] Int. à Geometria Complexa Int. às Folheações Holomorfas Métodos Matemáticos para Problemas Inversos Otimização Processamento Geométrico Processos Estocásticos Sistemas Gráficos 3D Subvariedades Mínimas*** Teoria Algébrica dos Números*** Teoria Espectral Teoria Geométrica da Medida*** Topologia das Variedades	Álgebras de Vértices Análise Harmônica *** Dinâmica dos Fluidos *** Economia Dinâmica ** Economia Mat. e Finanças II[#] EDP e Aplicações *** EDP: Teoria Linear Fluidos em Meios Porosos Folheações Holomorfas Geometria Algébrica I Geometria das Subvariedades Geometria Simplética [#] Introdução à Álgebra de Lie Métodos Computacionais de Otimização Métodos Numéricos para EDP ** Paralelismo em Arquiteturas Modernas Probabilidade II Processamento de Imagens Subvariedades Mínimas*** Superfícies de Riemann Teoria Algébrica dos Números*** Teoria Geométrica dos Grupos Teoria Ergódica Diferenciável Teoria Geométrica da Medida*** Tópicos de Teoria de Hodge

Legenda:
[#] disciplinas sem período definido.
* disciplinas normalmente oferecidas nos períodos de verão e março.
** disciplinas normalmente oferecidas nos períodos de verão e agosto.
*** disciplinas normalmente oferecidas nos períodos de março e agosto.

7 LISTA DE DISCIPLINAS

Iniciação Científica

Análise na Reta
Computação Gráfica 2D
Introdução à Álgebra Linear
Introdução à Economia Matemática
Introdução à Teoria de Vibrações e Ondas

Mestrado	**Créditos**
Álgebra Linear e Aplicações	3
Álgebra I	3
Álgebra II	3
Algoritmos	3
Análise Complexa	3
Análise em Variedades	3
Análise no R^n	3
Análise Numérica	3
Cadeia de Markov	3
Combinatória I	3
Economia Matemática e Finanças I	3
Equações Diferenciais Ordinárias	3
Equações Diferenciais Parciais	3
Elaboração de Dissertação	3
Geometria Diferencial	3
Grupo Fundamental e Espaço de Recobrimento	3
Introdução à Mecânica Estatística	3
Introdução à Teoria dos Números	3
Medida e Integração	3
Microeconomia	3
Modelagem Computacional	3
Otimização	3
Paralelismo em Arquiteturas Modernas	3
Probabilidade I	3
Processamento de Imagens	3
Processamento Geométrico	3
Representações de Grupos Finitos	3
Sistemas Gráficos 3D	3

Doutorado	**Créditos**
Álgebra Comutativa	3
Álgebras de Vértices	3
Análise Funcional	3
Análise Geométrica	3
Análise Harmônica	3

Análise Numérica	3
Combinatória II	3
Corpos de Funções Algébricas	3
Curvas Algébricas	3
Dinâmica dos Fluidos	3
Dinâmica Hiperbólica	3
Economia Dinâmica	3
Economia Matemática e Finanças II	3
Equações Diferenciais Parciais e Aplicações	3
Equações Diferenciais Parciais: Teoria Linear	3
Fluidos em Meios Porosos	3
Folheações Holomorfas	3
Geometria Algébrica I	3
Geometria Algébrica II	3
Geometria das Subvariedades	3
Geometria Riemanniana	3
Geometria Simplética	3
Introdução à Geometria Complexa	3
Introdução à Mecânica Estatística	3
Introdução às Álgebras de Lie	3
Introdução às Folheações Holomorfas	3
Métodos Computacionais de Otimização	3
Métodos Matemáticos para os Problemas Inversos	3
Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Parciais	3
Otimização	3
Paralelismo em Arquiteturas Modernas	3
Probabilidade II	3
Processamento de Imagens	3
Processamento Geométrico	3
Processos Estocásticos	3
Representações de Grupos Finitos	3
Sistemas Gráficos 3D	3
Subvariedades Mínimas	3
Superfícies Algébricas	3
Superfícies de Riemann	3
Teoria Algébrica dos Números	3
Teoria Analítica dos Números	3
Teoria dos Jogos Não Cooperativos	3
Teoria Ergódica Diferenciável	3
Teoria Espectral	3
Teoria Geométrica da Medida	3
Teoria Geométrica dos Grupos	3
Topologia das Variedades	3
Topologia Diferencial	3

8. PROGRAMAS DAS DISCIPLINAS

8.1 Iniciação Científica

8.1.1 Análise na Reta

Indução matemática. Propriedades básicas dos números reais. Limite de uma sequência. Séries de números reais. Convergência absoluta e condicional. Principais testes de convergência de séries. Noções de topologia na reta. Funções contínuas; operações. Teorema do valor intermediário. Teorema de Weierstrass sobre extremos de funções contínuas. Continuidade uniforme. Derivada num ponto. Regra da cadeia. Relação entre derivada e crescimento. Teorema do valor médio. Funções convexas. Funções integráveis. Teorema fundamental do cálculo. Mudança de variável. Integração por partes. Teorema da média. Fórmula de Taylor.

Referências:

- LANG, S. - Analysis I, Reading, Mass., Addison-Wesley, 1968.
- LIMA, E. L. - Análise Real, Vol. 1, Rio de Janeiro, IMPA. Coleção Matemática Universitária, 1999.
- LIMA, E. L. - Curso de Análise, Vol.1, Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1989.
- RUDIN, W. - Principles of Mathematical Analysis. 2nd ed., New York, McGraw-Hill, 1964.

8.1.2 Computação Gráfica 2D

Percepção e espaços de cor. Transparência e composição. Imagens digitais. Amostragem e reconstrução. Transformações do plano. Curvas polinomiais. Preenchimento. Recorte. Visibilidade. Estruturas de aceleração. Gradientes de cor. Operações em imagens. Animação.

Referências:

- Artigos diversos

8.1.3 Introdução à Álgebra Linear

Espaços vetoriais, bases, dimensão. Transformações lineares, núcleo, imagem, projeções e soma direta. Matrizes. Eliminação gaussiana. Produto interno. Teorema espectral para operadores auto-adjuntos. Operadores ortogonais e anti-simétricos. Pseudo-inversa, formas quadráticas e superfícies quadráticas. Determinantes. Polinômio característico. Espaços vetoriais complexos, forma triangular. Teorema espectral para operadores normais, hermitianos e unitários. Operadores nilpotentes. Forma canônica de Jordan.

Referências:

- HALMOS, P. R. - Finite Dimensional Vector Spaces. Ed. Van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1958.

- LIMA, E. L. - Álgebra Linear. Coleção Matemática Universitária, IMPA, 1995.

8.1.4 Introdução à Economia Matemática

O comportamento dos agentes econômicos: consumidores e firmas. Equilíbrio Walrasiano. Optimalidade de Pareto. Teoria da escolha social.

Referências:

- ARAÚJO, A. - Introdução à Economia Matemática. Rio de Janeiro, IMPA, 14º Colóquio Brasileiro de Matemática, 1984.
- KREPS, D. - A Course in Microeconomic Theory, MIT Press, 1990.

8.1.5 Introdução à Teoria de Vibrações e Ondas

Pré-requisitos: Cursos de graduação em Equações Diferenciais Ordinárias e Álgebra Linear.

Equações do movimento: princípio variacional, simetrias, leis de conservação. Oscilações: autovalores, estabilidade, ressonâncias. Ondas lineares: equações discretas e contínuas, o método espectral. Ondas nonlineares: modelos matemáticos, soluções básicas, aplicações.

Referências:

- ARNOLD, V.I. - Mathematical Methods of Classical Mechanics. Springer, 1989.
- WHITHAM, G.B. - Linear and Nonlinear Waves. New York, Wiley, 1974

8.2 Mestrado

8.2.1 Álgebra Linear e Aplicações

Pré-requisitos: Álgebra Linear (graduação) e Análise na Reta (graduação).

Fundamentos de álgebra matricial: operações elementares e solução de sistemas lineares: problemas mal condicionados. Espaços lineares: os quatro espaços lineares associados a uma matriz; aplicações lineares: mudanças de base. Teoria espectral: determinantes, autovalores/autovetores; espaços normados; projeções ortogonais e oblíquas; mínimos quadrados e outros métodos de minimização; matrizes positivas definidas (aplicações auto-adjuntas). Cálculo matricial: regras de diferenciação e funções matriciais (exponencial de uma matriz). Aplicações em modelagem e análise numérica.

Referências:

- LAX, P. - Linear Algebra, New York. John Wiley, 1997.
- LIMA, E. L. - Álgebra Linear. Coleção Matemática Universitária, IMPA, 1995.
- STRANG, G. - Linear Algebra and its Applications. 3 ed. San Diego. HBJ, 1988.

8.2.2 Álgebra I

Anéis euclidianos, inteiros de Gauss. Anéis fatoriais, critério de Eisenstein, lema de Gauss. Polinômios simétricos, algoritmo de Newton. Resultante, teorema de Bezout. Módulos sobre domínios principais, forma canônica de Jordan. Teorema da base de Hilbert. Teorema dos zeros de Hilbert. Grupos, grupos quocientes. Teorema de Lagrange. Grupos finitos com dois geradores. Grupos de permutações. Teorema de Sylow. Teorema de Jordan-Hölder. Grupos solúveis.

Referências:

- ARTIN, M. - Algebra. Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- GARCIA, A. and LEQUAIN, Y. - Álgebra: um curso de Introdução. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1988.
- JACOBSON, N. - Lectures in Abstract Algebra, Vol. I, Van Nostrand, New York, 1951.
- VAN DER WAERDEN, B. L. - Álgebra Moderna. Vol. I, Lisboa, Sociedade Portuguesa de Matemática, 1948.

8.2.3 Álgebra II

Equação do terceiro grau (discriminante). Construção com régua e compasso. Corpo de fatoração e grupo de Galois de um polinômio. Teorema fundamental da teoria de Galois. Corpos finitos. Funções simétricas. Extensões ciclotômicas. Grupos solúveis. Solubilidade por radicais. Extensões transcendentes. Base e grau de transcendência. Extensões transcendentes puras, teorema de Luroth. Bases separantes.

Referências:

- ARTIN, M. - Algebra. Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- ENDLER, O. - Teoria dos Corpos, Rio de Janeiro, (Monografias de Matemática, n° 44), IMPA, 1987.
- LANG, S. - Algebra. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1965.
- VAN DER WAERDEN, B. L. - Álgebra Moderna. Vol. 1, Lisboa, Sociedade Portuguesa de Matemática, 1948.

8.2.4 Algoritmos

Conceitos básicos: algoritmos, modelos de computação, computabilidade, complexidade. Análise de algoritmos: recorrências, crescimento assintótico de funções. Ordenação: limites inferiores, algoritmos ótimos, heaps, priority queues. Algoritmos em grafos: busca em largura e em profundidade, conectividade, componentes conexas, árvores geradoras.
Algoritmos em matemática: polinômios, FFT, aritmética modular, testes de primalidade, criptografia RSA. Algoritmos geométricos: fecho convexo, localização de pontos, interseção de segmentos, par mais próximo, círculo mínimo, triangulação de polígonos, triangulação de pontos. Problemas NP-completos.

Referência:

– THOMAS H. CORMEN, CHARLES E. LEISERSON, RONALD L. - Introduction to Algorithms, Third Edition. Rivest and Clifford Stein MIT Press, 2009 ISBN-10: 0-262-03384-4 ISBN-13: 978-0-262-03384-8

8.2.5 Análise Complexa

Sequências e séries de funções: convergência uniforme, séries de potências. Funções analíticas: séries de potências, fórmula integral de Cauchy. Séries de Taylor e de Laurent. Singularidades. Teorema de resíduos e aplicações. Aplicações conformes. Teorema da representação conforme de Riemann. Funções harmônicas no plano. Integrais curvilíneas (homotopia).

Referências:

– AHLFORS, L. - Complex Analysis. New York, McGraw-Will, 1966.
– CARTAN, H. - Theórie Élementaire des Fonctions Analytiques d'une ou Plusieurs Variables Complexes. Paris, Hermann, 1961.
– CONWAY, J. B. - Functions of One Complex Variable, Berlin, Springer-Verlag, 1978.
– KNOPP, K. - Theory of Functions, Vol.2, New York, Dover, 1945.
– LIMA, E. L. - Curso de Análise. Vol. 2. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1989.

8.2.6 Análise em Variedades

Pré-requisitos: Análise no R^n

Variedades diferenciáveis, variedades com bordo, variedades orientáveis. Partição da unidade. Aplicação: Teorema do mergulho de Whitney para variedades compactas. Fibrado tangente, cotangente. Aplicações diferenciáveis, valores regulares. Formas alternadas, formas diferenciais, diferencial exterior. Integrais de superfícies. Teorema de Stokes. Cohomologia de De Rham. Sequência de Mayer-Vietoris. Invariância por Homotopia. Campos de vetores como seções e como derivações. Tensores. Aplicações.

Referências:

– LIMA, E.L. - Curso de Análise - Vol. 2. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1989.
– LIMA, E.L. - Homologia basica. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 2009.
– SPIVAK, M. - Calculus on Manifolds. New York. Benjamin, 1965.
– TU, L. W. - An introduction to manifolds. Universitext. Springer, New York, 2008.

8.2.7 Análise no R^n

Topologia do espaço euclidiano. Aplicações diferenciáveis entre espaços euclidianos. Derivada como transformação linear. O gradiente. Regra da cadeia. Caminhos no R^n. Aplicações de classe C^n : fórmula de Taylor. Sequências e séries de funções. Teorema da função inversa; formas locais de imersões e submersões; funções implícitas: teorema do posto. Superfícies; multiplicadores de Lagrange. Integrais múltiplas.

Integral superior e integral inferior de uma função limitada num retângulo. Mudanças de variáveis em integrais múltiplas.

Referências:

- COURANT, R. – Differential and Integral Calculus. Vol. 2, New York, Interscience, 1937.
- LANG, S. - Undergraduate analysis. New York: Springer-Verlag, 1983.
- LIMA, E. L. - Análise no espaço R^n. Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro, IMPA, 2004.
- LIMA, E. L. - Curso de Análise. Vols. 1 e 2. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1989.
- LIMA, E. L. – Análise real. Vol. 2 – Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro, IMPA, 2004.

8.2.8 Análise Numérica

Pré-requisitos: Álgebra Linear e Aplicações, Análise no R^n e Análise Complexa.

Análise de erros, interpolação, integração numérica. Álgebra linear numérica: métodos diretos e iterativos para sistemas lineares. Sistemas não lineares: métodos de Newton. Tópicos complementares: a) Problemas de autovalores. b) Métodos numéricos em equações diferenciais ordinárias. c) Outros tópicos de interesse atual.

Referências:

- GOLUB, E., VAN LOAN, C. - Matrix Computations. John Hopkins. Univ. Press, 1983.
- ORTEGA, J. M. - Numerical Analysis, A Second Course. New York, Academic Press, 1972.
- STOER, J., BULIRSCH, R. - Introduction to Numerical Analysis. Berlin, Springer- Verlag, 1980.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.9 Cadeia de Markov

Pré-requisitos: Familiariedade com conceitos elementares de probabilidade (no nível do Capítulo 1 de "Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediário" de Barry James, por exemplo). Algum conhecimento de álgebra linear e/ou álgebra elementar é aconselhável, porém não imprescindível.

O curso estará baseado no livro "Markov Chains and Mixing Times" de Levin, Peres e Wilmer, e constará de duas partes. A primeira parte, de aproximandamente um mês de duração, cobrirá os primeiros capítulos do livro e intoduzirá conceitos básicos sobre Cadeias de Markov. A segunda parte do curso cobrirá tópicos selecionados do livro de Levin, Peres e Wilmer e/ou outras fontes, e incluirá aplicações da teoria de Cadeias de Markov em áreas de pesquisa recente.

Referência:

- LEVIN, D. A., PERES, Y. , WILMER E. L. - Markov chains and mixing times, Providence, R.I. : American Mathematical Society, c2009.

8.2.10 Combinatória I

Conjuntos: teoremas de Sperner, Erdös-Ko-Rado, Kruskal-Katona. Grafos: árvores, número cromático, grafos planares, teoremas extremais de Turan, Kövári-Sós-Turán e Erdös-Stone. Teoria de Ramsey. Grafos aleatorias. O lema de Szemeredi e aplicações. Técnicas da Álgebra e Topologia em Combinatória. Combinatória Aditiva.

Referências:

- BOLLOBÁS, B. - Modern Graph Theory, New York : Springer, c1998.
- ALON, N., SPENCER, JOEL H. - The Probabilistic Method, 3rd ed. Hoboken, N.J.: Wiley, c2008.

8.2.11 Economia Matemática e Finanças I

Maximização individual: preferências, utilidade, teorema de representação. Equilíbrio Walrasiano: Existência e optimalidade de Pareto. Teoria do núcleo (core): Teorema de Debreu-Scarf. Teorema da impossibilidade de Arrow. Teoria dos jogos: Manimax, equilíbrio de Nash-Cournot e o valor de Shapley. Equilíbrio geral e finanças: medidas equivalentes de Martingale e preços de Arrow e Debreu. Derivativos.

Referências:

- ARAUJO, A. - Introdução à Economia Matemática, Rio de Janeiro, 14º Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1984.
- DEBREU, G. - Theory of Value, Cowles Foundation, Yale University Press, 1959.
- DUFFIER, D. - Dynamic Asset Pricing Theory, 2nd ed., Princeton University Press, 1996.
- HUANG, C., LITZENBERG, R. - Foundations for Financial Economics, North-Holland Publishing Co., New York-Amsterdam, 1988.
- MAS-COLELL, A., WHINSTON, M., GREEN, J. - Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995.

8.2.12 Equações Diferenciais Ordinárias

Teorema de existência e unicidade. Dependência diferenciável das condições iniciais. Equações lineares. Exponencial de matrizes. Classificação dos campos lineares. Forma canônica de Jordan. Equações lineares não autônomas: solução fundamental e teorema de Liouville. Equações lineares não homogêneas. Equações com coeficientes periódicos, teorema de Floquet. Estabilidade e instabilidade assintótica de um ponto singular de uma equação autônoma. Funções de Lyapounov. Pontos fixos hiperbólicos. Enunciado do teorema de linearização de Grobman-Hartman. Fluxo associado a uma equação autônoma. Conjuntos limites. Campos gradientes. Campos Hamiltonianos. Campos no plano: órbitas periódicas e teorema de Poincaré-Bendixon. Órbitas periódicas hiperbólicas. Equação de Van der Pol.

Referências:

- ARNOLD, V. - Equations Differentialles Ordinaires. Moscou, Ed. Mir, 1974.
- HIRSCH, M., SMALE, S. - Differential Equations Dynamical Systems and Linear Algebra. New York, Academic Press, 1974.
- PONTRYAGIN, L. S. - Ordinary Differential Equations. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1969.
- SOTOMAYOR, J. - Lições de Equações Diferenciais Ordinárias. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1979.

8.2.13 Equações Diferenciais Parciais

Pré-requisitos: Análise no R^n, Medida e integração

A equação geral de primeira ordem para uma função de duas variáveis e o problema de Cauchy associado. Sugestões de tópicos adicionais: Introdução ao problema de Cauchy para equações de evoluções não lineares. Classificação de equação de segunda ordem em duas variáveis independentes. Problemas com condições de contorno e/ou condições iniciais. Problemas bem-postos. Exemplos. O método de separação de variáveis e o problema de condução de calor em uma barra finita. Séries de Fourier em senos e co-senos e na forma complexa. Convergência pontual. Relações entre a diferenciabilidade e a transformada de Fourier. Convergência uniforme. Aplicações aos problemas de condução de calor em uma barra, da corda vibrante finita e de Dirichlet no retângulo. Aproximação por convolução e aplicações (teorema de Fejer e o problema de Dirichlet no disco unitário). Distribuições periódicas. O espaço L2[-π,π], como subespaço das distribuições periódicas. Noções de espaços de Hilbert. Aplicações às equações de calor, onda, Poisson e Schröndinger. Equações lineares e quase-lineares de primeira ordem. Método das características. O problema de Cauchy para a equação quase-linear. A equação de Korteweg-de Vries nos espaços de Sobolev do círculo. Separação de variáveis e o problema de valor inicial para a equação de calor na reta. A transformada de Fourier em R. A fórmula de inversão. O espaço de Schwartz e a transformada de Fourier. Distribuições temperadas. Os espaços $L^2(R)$. Aplicações às equações de calor, onda, Poisson e Schrödinger.

Referências:

- EVANS, L. C. - Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics, 19, AMS, 1998.
- FIGUEIREDO, D.G. - Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1977.
- GUSTAFSON, K. - Introduction to Partial Differential Equations and Hilbert space methods, New York, Wiley, 1980.
- IÓRIO JR., R., IÓRIO, V. - Equações Diferenciais Parciais, uma introdução. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1988.
- JOHN, F. - Partial Differential Equations, Springer-Verlag, New York, Third edition, 1978.
- SOBOLEV, S. L. - Partial Differential Equations of Mathematical Physics. Reading Mass., Addison-Wesley, 1964.

8.2.14 Geometria Diferencial

Pré-requisitos: Análise em Variedades (variedades e tensores), Teorema fundamental das equações diferenciais ordinárias (podendo ser cursada em paralelo).

Curvas e superfícies no $\mathbf{R}^3$. Primeira forma fundamental, área. Aplicação normal de Gauss; direções principais, curvatura Gaussiana e curvatura média, linhas de curvatura. Exemplos clássicos de superfícies. Geometria intrínseca: métrica e derivada covariante, o teorema Egregium; curvatura geodésica; equações das geodésicas, cálculo de geodésicas em superfícies. O teorema de Gauss-Bonnet. Rigidez da esfera em R^3 e Teorema de Alexandrov. Fibrados, fibrados vetoriais e fibrados principais. Conexões em fibrados. Mapas de fibrados, pull-back. Subfibrados e Teorema de Frobenius. Teoria de Chern-Weil. Teorema de Gauss-Bonnet em dimensões superiores. Outros tópicos.

Referências:

- CARMO, M. - Differential Geometry of Curves and Surfaces. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976.
- DUPONT, J. – Fiber Bundles in Gauge Theory, Arhus Universitet, 2003.
- DUPONT, J. – Curvature and Characteristic Classes, Springer, 1978.
- KOBAYASHI, S. e NOMIZU, K. – Foundations of Differential Geometry, Wiley – Interscience, 1996.
- MADSEN, H. – From Calculus to Cohomology: De Rham Cohomology and Characteristic Classes, Cambridge University Press, 1997.
- MONTIEL, S. e ROS, A. - Curves and Surfaces, Graduate Studies in Mathematics, vol. 69, AMS, 2005.
- POOR, W. A. – Differential Geometric Structures, Dover Publications; Dover Ed edition, 2007.
- SPIVAK, M. - A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, vol.3, Berkeley, Publish or Perish, 1979.

8.2.15 Grupo Fundamental e Espaço de Recobrimento

Homotopia. Grupo fundamental. Exemplos e aplicações: grupo fundamental do círculo, espaços projetivos, grupos clássicos. Teorema de Seifert e Van Kampen. Espaços de recobrimento. Recobrimento e grupo fundamental. Recobrimento universal. Grupo fundamental das superfícies compactas. Recobrimento duplo orientado. Outros tópicos.

Referências:

- FULTON, W. - Algebraic topology, Springer, 1999.
- LIMA, E. L. - Grupo Fundamental e Espaços de Recobrimento. Projeto Euclides. Rio de Janeiro, IMPA, 2006.
- MASSEY, W. S. - A Basic Course in Algebraic Topology, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1991.

8.2.16 Introdução à Mecânica Estatística

Sistemas hamiltonianos, teorema de Liouville, teorema da recorrência de Poicarré, teorema de Birkhoff, hipótese de Boltzmann, ensembles estatísticos, medida de Gibbs, modelo de Ising, limite termodinâmico, desigualdade de FKG, transição de fase, diagrama de fase, modelos de FK, teoria de Pirogov-Sinai:

Referências:

- FEYNMAN, R.P. - Statistical mechanics; A set of lectures. Reading, Mass.: W. A. Benjamin, 1972.
- PRESUTTI, E. - Scaling limits in statistical mechanics and microstructures in continuum mechanics. Berlin: Springer, 2009.
- SACHA FRIEDLI. - Elements of Statistical Mechanics and Large Deviation Theory.
- YVAN VELENIK. - Le Modèle de Ising.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.17 Introdução à Teoria dos Números

Divisibilidade. Congruências. A função de Euler. O teorema de Euler. Raízes primitivas. Equações diofantinas simples. Reciprocidade quadrática. Testes de primalidade. O critério de Lucas-Lehmer. Frações contínuas e aproximações diofantinas. Comentários sobre espectro de Lagrange. O teorema de Khintchine. Estimativas assintóticas de funções aritméticas. O teorema de Dirichlet. O teorema dos números primos.

Referências:

- HARDY, G. H., WRIGHT, E. M. - An introduction to the theory of numbers, 3ª ed., Oxford, at the Clarendon Press, 1954.
- IRELAND, K., ROSEN, M. - A classical introduction to modern numbers theory, 2ª ed., New York, Springer -Verlag, 1982 - 1990.
- CASSELS, J. W. S. - An introduction to diophantine aproximations, Cambridge, at the University Press, 1957.
- VINOGRADOV, I. M. - Elements of number theory, Dover, 1954.
- MOREIRA, C. G., SALDANHA, N. - Primos de Mersenne e outros primos muito grandes - 22º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro. Terceira edição, IMPA, 2008.
- BROCHERO, F., MOREIRA, C.G., SALDANHA, N., TENGAN, E. - Teoria dos números - um passeio pelo mundo inteiro com primos e outros números familiares, Projeto Euclides, IMPA, 2010.

8.2.18 Medida e Integração

Pré-requisito: Análise no R^n

Teoremas de extensão de medidas e integrais. Teoremas básicos de convergência. Medidas com sinal. Teorema de decomposição de Hahn-Jordan. Medidas absolutamente contínuas. Teorema de decomposição de Lebesgue. Teorema de Radon Nikodym. Espaços L^p: Propriedades básicas, dualidade. Espaços produto. Teorema de Fubini-Tonelli. Teorema de representação de Riesz-Markov. Convergência em medida. Relação entre diferenciação e integração: Teorema de Vitali. Teorema de diferenciação de Lebesgue.

Referências:

- ARMANDO CASTRO JR, A. – Curso de Teoria da Medida. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 2ª. ed., 2008.
- BARTLE, R. - The Elements of Integration, New York, J. Wiley, 1966.
- FERNANDEZ, P. - Medida e Integração. Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1976.
- ISNARD, C. - Introdução à Medida e Integração. Projeto Euclides, IMPA, 2007.
- ROYDEN, M. - Real Analysis. New York, The MacMillan, 1963.
- RUDIN, W. - Real and Complex Analysis. New York, Mc-Graw Hill, 1966.

8.2.19 Microeconomia

Maximização com restrições. Teoria do consumidor. Teoria da firma. Concorrência perfeita. Monopólios. Economia em presença de incerteza. Bens públicos e externalidade.

Referências:

- KREPS, D. - A Course in Microeconomic Theory, Princeton University Press, 1990.
- MAS-COLELL, A., WHINSTON, M., GREEN, J. - Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995.
- VARIAN, H. - Microeconomic Analysis, 2nd ed., New York, W. W. Norton & Company, 1984.

8.2.20 Modelagem Computacional

Pré-requisitos: Álgebra Linear e Aplicações, Análise no R^n, Análise Complexa e conhecimentos sólidos de EDO e EDP no nível de graduação: equação da onda, do calor e equação de Laplace em domínios finitos, separação de variáveis.

Introdução à modelagem via problemas de dinâmica de populações. Fundamentos teóricos de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs). Dependência contínua nos parâmetros e dados. Métodos numéricos para a solução de EDOs. Métodos explícitos e implícitos, métodos de passo único ou múltiplo. O problema teste e a região de estabilidade absoluta para os respectivos métodos. Amortecimento espúrio de soluções numéricas. Equações rígidas. Validação computacional através de experimentos usando o MATLAB. Introdução à modelagem via equações diferenciais parciais: mecanismos de transporte e difusão. Solução numérica da equação de advecção-difusão: métodos explícitos e implícitos. Solução numérica da equação da pressão

(Laplace). Validação computacional através de experimentos usando o MATLAB. Evidência computacional da condição de CFL e de difusão numérica para a equação de advecção.
Aplicações: modelagem de escoamentos em meios porosos e de escoamentos em águas rasas. Modelos lineares e não-lineares.

Referências:

- BURDEN, R.L. and FAIRES, J.D. - Numerical Analysis, 5th. ed., PWS-Kent Publishing Company, 1993.
- COOPER, J.M. - Introduction to Partial Differential Equations with MATLAB, Birkhäuser, 1998.
- NACHBIN, A. e TABAK, E. - Equações Diferenciais em Modelagem Matemática e Computacional, 21º Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1997.
- STRIKWERDA, J.C. - Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, Brooks/Cole Publishing, 1989.

8.2.21 Otimização

Existência de soluções. Condições de otimalidade para problemas sem restrições. Condições de otimalidade em forma primal para problemas com restrições. O cone tangente. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade (condições de Lagrange, condições de segunda ordem). Conjuntos convexos. Teoremas de separação. Teoremas de alternativa. Funções convexas. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade e desigualdade (condições de Karush-Kuhn-Tucker, condições de segunda ordem). Elementos da Teoria de Dualidade.

Referências:

- BAZARAA, M. S., SHERALI, H. D., SHETTY, C. M. - Nonlinear programming: Theory and algorithms. 3nd ed. Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2006.
- BERTSEKAS, D. P. - Nonlinear programming, Belmont, Mass.: Athena Scientific, 1995.
- IZMAILOV, A., SOLODOV, M. - Otimização, volume 1: Rio de Janeiro, IMPA, 2005.
- LUENBERGER, D. G. - Linear and nonlinear programming. 2nd ed. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2003.
- PERESSINI, A. L.; SULLIVAN, F. E., UHL, J. J., JR- The mathematics of nonlinear programming. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1988.
- ROCKAFELLAR, R. T. - Convex Analysis. Princeton Univ. Press, 1970.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.22 Paralelismo em Arquiteturas Modernas

Arquitetura de sistemas computacionais contemporâneos, com ênfase em sistemas com múltiplos processadores, processadores com múltiplos núcleos, e unidades aritméticas vetoriais. História dos sistemas gráficos, passando do hardware com funcionalidade fixa para o programável. Programação de cada estágio do sistema gráfico, com ênfase em aplicações de visualização em tempo real. Arquitetura das placas de vídeo modernas. Problemas e algoritmos adequados a cada tipo de arquitetura.

Referências:

- AKENINE-MÖLLER, T.; Haines, E.; Hoffman, N. Real -Time Rendering 3rd edition, A K Peters, July 2008.
- FOG, A. - Optimizing software in C++, An optimization guide for Windows, Linux and Mac platforms, February 2012.
- FOG, A. - Optimizing subroutines in assembly language: An optimization guide for x86 platforms, February 2012
- KESSENICH, J. (editor) - The OpenGL Shading Language (Language version 4.20), August 2011.
- KIRK, D. B.; HWU, W. W.- Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach, February 2010
- NVIDIA CUDA C - Programming Guide (Version 4.2), April 2012.
- MUNSHI, A. (editor) - The OpenCL Specification (Version 1.2), November 2011.
- OpenMP Application Program Interface (Version 3.1), July 2011.
- SEGAL, M.; AKELEY, K. - The OpenGL Graphics System: A Specification (Version 4.2, Core Profile), August 2011.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.23 Probabilidade I

Pré-requisitos: Medida e Integração (convergência de integrais, espaços L^p, espaços produto).

Espaços de probabilidade. Variáveis e vetores aleatórios. Distribuições de probabilidade e funções de distribuição em R^n. Independência estocástica. Esperança de variáveis aleatórias: propriedades e desigualdades básicas, teoremas de convergência. Distribuição e esperança condicionais: teoremas de existência e regularização. Leis dos grandes números: lei fraca, lema de Borel-Cantelli, lei forte. Teoremas de uma, duas e três séries. Funções características e convergência em distribuição em R^n . Teorema de Lindeberg-Feller.

Referências:

- CHUNG, K. L. - A Course in Probability Theory, 2nd ed. New York, Academic Press, 1974.
- FELLER, W. - An Introduction to Probability Theory and its Applications, Vol. II, 2nd ed., New York, John Wiley & Sons, 1966.
- SHIRYAYEV, A. N. - Probability. New York, Springer-Verlag, 1984.
- VARADHAN, S.R.S. - Probability Theory, New York, Courant Institute of Mathematical Sciences, 2001.

8.2.24 Processamento de Imagens

Noções sobre a teoria de sinais. Fundamentos de cor. Padrões de cor. Imagem digital. Quantização. Operações com imagens. Dithering, warping de imagem. Aplicações.

Referências:

- GOMES, J. de M., VELHO, L. - Computação Gráfica: Imagem. Publicação IMPA/SBM, 1993.
- GOMES, J. de M., VELHO, L. - Image Processing for Computer Graphics. Springer-Verlag, 1997.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.25 Processamento Geométrico

Conceitos básicos: estruturas de dados para malhas poligonais, algoritmos de triangulação. Aquisição de dados via scanners 3D. Remoção de ruídos e erros de aquisição. Criação de malhas iniciais. Operações de suavização, conversão, análise espectral. Geometria diferencial discreta.

Referências:

- BOTSCH M., KOBBELT L., PAULY M., ALLIEZ P., LEVY B. - A K PETERS LTD. - Polygon mesh processing ISBN: 978-1-56881-426-1. http://www.akpeters.com/product.asp?ProdCode=4261

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.26 Representações de Grupos Finitos

We will cover the basic of representation theory of finite groups. Denitions and basic properties. Reducibility, Schur's Lemma. Tensor products. Characters, conjugacy classes and projection formulas. Semidirect products and induced representations. Simmetric groups, Young diagrams.Frobenius Character formula.

Referências:

- SIMON, B. - Representations of finite and compact groups, Graduate studies in mathematics, vol. 10. AMS, 1996.
- FULTON, W., HARRIS, J. - Representation Theory, a first course, Graduate text in mathematics, vol. 129. Springer, 1991.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.2.27 Sistemas Gráficos 3D

Geometria. Sistemas de cor. Objetos e dispositivos gráficos. Imagem digital. Descrição de cenas 3D. Modelos geométricos. Técnicas de modelagem. Vínculos e hierarquias.

Rasterização. Recorte. Visibilidade. Câmera virtual e transformações. Luz e material. Iluminação global. Textura e mapeamentos. Arquitetura de Sistemas 3D.

Referências:

- FOLEY, J., VAN DAM, A., FEINER, S., HUGHES, J. - Computer Graphics: Principles and Practice, 2nd edition in C, Addison-Wesley, reading, MA, 1990.
- GOMES, J. de M., VELHO, L. - Introdução à Computação Gráfica - Sociedade Brasileira de Computação, SP, 1990.
- NEIDER, J., DAVIS, T., WOO, M. - The OpenGL Programming Guide, Addison-Wesley, Reading, MA, 1993.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3 Doutorado

8.3.1 Álgebra Comutativa

Anéis e módulos noetherianos: decomposição primária, teoria da dimensão de Krull. Extensões inteiras. Álgebras de tipo finito sobre um corpo: lema de normalização de Noether; teorema dos zeros de Hilbert; fecho inteiro de uma álgebra de tipo finito. Álgebra local: sistema de parâmetros e profundidade; anéis locais regulares e de Cohen-Macaulay; teorema dos "Syzygies" (Hilbert); caracterização homológica dos anéis regulares (Serre-Auslander-Buchsbaum). Polinômio característico: polinômio característico de Hilbert-Serre; polinômio característico de Samuel; anéis graduados e multiplicidade: aplicação: invariantes de geometria algébrica.

Referências:

- ATIYAH, M. F., MACDONALD, I. G. - Introduction to Commutative Algebra. Reading, Mass., Addison-Wesley, 1969.
- MATSUMURA, H. - Commutative Algebra. Reading, Mass., Benjamin-Commings, 1980.
- SERRE, J. P. - Algebre Locale - Multiplicités. Berlin. Springer-Verlag, 1965.
- ZARISKI, O., SAMUEL, P. - Comutative Algebra. Vols. 1 e 2, New York, Van-Nostrand, 1960.

8.3.2 Álgebra de Vértices

O objetivo deste curso será explicar uma das múltiplas conexões entre a teoria de representações de álgebras de Lie de dimensão infinita (e mais geralmente álgebras de vértices) e a geometria de espaços de moduli (de curvas algébricas, fibrados principais, etc.). Seguiremos principalmente [2,3] e daremos atenção especial ao caso de curvas elíticas onde podemos ver a teoria abstrata de maneira mais concreta em termos de álgebra linear seguindo [4].

Os tópicos incluirão:

1) Estrutura de álgebras de vértices. Definição e exemplos. A álgebra de Virasoro e pesos conformes. Álgebras de vértices afins e álgebras de Kac-Moody. Álgebras de Lie e de Poisson associadas a álgebras de vértices.
2)Teoria de representações de álgebras de vértices. Definição de módulo e exemplos. Relação com teoria de Lie. Álgebra de Zhu. Álgebras de retículos. Álgebras de Vértices racionais. Modularidade dos caracteres: O teorema de Zhu.
3) Feixes em curvas algébricas associados a álgebras de vértices. Formulação independente das coordenadas. Correladores e funções de n-pontos. Feixes de álgebras de Lie e blocos conformes.
4) Feixes em espaços de moduli ligados a álgebras de vértices. Blocos conformes para famílias de curvas. O fibrado determinante em M_g e a conexão canónica. Inserções múltiplas de pontos. Torcer por fibrados principais e a conexão de KZ em Bun_G
5) O caso de gênus 0 e 1. Formas modulares e a condição de cofinitude C_2. ODE correspondente a funções de traço. Convergência e modularidade de caracteres.

Referências:

- BEILINSON, A.; DRINFELD, V. - Chiral algebras. Number 51,Colloquium Publications. AMS, 2004. [1]
- FRENKEL, E.; BEN-ZVI, D. - Vertex algebras and algebraic curves. Number 88, Mathematical surveis and monographs. AMS, 2001. [2]
- KAC, V. - Vertex algebras for beginners. Volume 10. University lecture series. AMS 1996. [3]
- ZHU, Y. - Modular invariance of characters of vertex operator algebras. J. Amer. Math. Soc. 9(1) 237--302, 1996. [4]

8.3.3 Análise Funcional

Pré-requisitos: Análise no R^n , Medida e Integração.

Espaços vetoriais normados. Espaços de Banach. Espaço quociente. Operadores lineares e seus adjuntos. Teorema de Hahn-Banach. Teorema da limitação uniforme. Teorema do gráfico fechado. Teorema da aplicação aberta. Topologia fraca. Teorema de Banach-Alaoglu. Espaços reflexivos. Espaços de Hilbert. Conjuntos ortonormais. Teorema da representação de Riesz. Operadores compactos. Teoria espectral de operadores compactos auto-adjuntos. Alternativa de Fredholm.

Referências:

- BACHMAN, G., NARICI, L. - Functional Analysis. New York, Academic Press, 1966.
- DUNFORD, N., SCHWARTZ, J. - Linear Operators, Vol. 1, Wiley Interscience Press, 1966.
- REED, M., SIMON, B. - Methods of Modern Mathematical. Physics, Vol.1. New York, Academic Press, 1972.
- RIESZ, F., NAGY, B. - Functional Analysis. New York, Frederick Ungar, 1955.

8.3.4 Análise Geométrica

Pré-requisitos: Análise Funcional e Geometria Riemanniana

Cálculo Tensorial. Operador de Laplace-Beltrami. Fórmula de Bochner-Weitzenbock. Comparação do Laplaciano. Comparação de volume de Bishop-Gromov. Teorema da Decomposição de Cheeger-Gromoll. Estimativa do gradiente de funções harmônicas. Teorema tipo-Liouville de Yau para variedades com curvatura de Ricci não-negativa. Espectro do Laplaciano. Teoremas de comparação de autovalor. Teorema da rigidez de Cheng. Estabilidade de hipersuperfícies mínimas. Métodos não-lineares: variacional, sub e supersoluções, método da continuidade, equação do calor, grau de Leray-Schauder, técnicas de perturbação. Aplicações: teoria de Hodge, curvatura de Gauss prescrita, problema de Dirichlet para superfícies mínimas, fluxo de Ricci em superfícies, aplicações harmônicas. Outros tópicos.

Referências:

- AUBIN. T. - Some nonlinear problems in Riemannian geometry, Springer, 1998.
- GILBARG, D., TRUDINGER, N. - Elliptic partial differential equations of second order, Berlin Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1998.
- JOST, J. - Riemannian Geometry and Geometric Analysis, Berlin Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1995.
- LI, P. - Lecture Notes on Geometric Analysis, 1992.
- SCHOEN. R., YAU. S.T. - Lectures on Differential Geometry, International Press, 1994.

8.3.5 Análise Harmônica

Pré-requisito: Teoria Espectral

Transformada de Fourier: Teoria básica L^1 da transformada de Fourier; a teoria L^2 e o teorema de Plancherel; a classe de distribuições temperadas. Noções fundamentais da teoria de variáveis reais: a função maximal; comportamento próximo à pontos gerais de conjuntos mensuráveis; decomposição em cubos de conjuntos abertos em R^n; um teorema de interpolação para L^p; Interpolação de operadores: o teorema de convexidade de M. Riesz e interpolação de operadores em espaços L^p; o teorema de interpolação de Marcinkiewicz; espaços L(p,q); interpolação de famílias analíticas de operadores. Integrais singulares: a transformada de Hilbert; operadores integrais singulares com núcleo ímpar; operadores integrais singulares com núcleo par; operadores integrais singulares que comutam com dilatações; análogos à valores vetoriais. Transformadas de Riesz: integrais de Poisson. Esféricos harmônicos: as transformadas de Riesz; integrais de Poisson e aproximações da identidade; transformadas de Riesz de ordens mais altas e esféricos harmônicos. Séries de Fourier múltiplas: propriedades elementares; a fórmula da somação de Poisson; transformações multiplicadoras. A teoria de Littlewood-Paley e multiplicadores: a função g de Littlewood-Paley; a função g (λ); multiplicadores; aplicação dos operadores de somas parciais; a decomposição diádica; o teorema de multiplicador de Marcinkiewicz. Espaços de Hardy: caracterização maximal de H^p; decomposição atômica de H^p; integrais singulares. H^p e BMO: o espaço de funções de oscilação média limitada; a função "sharp"; uma abordagem elementar e uma versão diádica; outras propriedades de BMO; um teorema de interpolação.

Referências:

- DUOANDIKOETXEA, J. - Fourier Analysis. Graduate Studies in Mathematics, 29, AMS, Providence, RI 2001.
- STEIN, E., WEISS, G. - Introduction to Fourier Analysis on Euclidean Spaces, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1971.
- STEIN, E. - Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1970.
- STEIN, E. - Harmonic Analysis, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1993.

8.3.6 Análise Numérica

Pré-requisitos: Álgebra Linear e Aplicações, Análise no R^n e Análise Complexa.

Análise de erros, interpolação, integração numérica. Álgebra linear numérica: métodos diretos e iterativos para sistemas lineares. Sistemas não lineares: métodos de Newton. Tópicos complementares: a) Problemas de autovalores. b) Métodos numéricos em equações diferenciais ordinárias. c) Outros tópicos de interesse atual.

Referências:

- GOLUB, E., VAN LOAN, C. - Matrix Computations. John Hopkins. Univ. Press, 1983.
- ORTEGA, J. M. - Numerical Analysis, A Second Course. New York, Academic Press, 1972.
- STOER, J., BULIRSCH, R. - Introduction to Numerical Analysis. Berlin, Springer- Verlag, 1980.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.7 Combinatória II

Teoria de Ramsey: Teorema de van der Waerden, Rado e Hales-Jewett; números de Ramsey de grafos com grau limitado, cotas para números de Ramsey diagonais, fora da diagonal e de hipergrafos. Progresso recente em teoria de Ramsey para grafos. O método probabilístico: A componente gigante, número cromático de G(n, p), o lema local, nibble de Rodl, processos aleatórios de grafos, desigualdades de concentração, discrepância (seis desvios-padrão bastam, teorema de Beck-Fiala), escolha aleatória dependente. Métodos algébricos e topológicos: O método polinomial (o nullstellensatz combinatorial, a conjectura de Kakeya em corpos finitos); a desigualdade modular de Frankl-Wilson e aplicações (refutação da conjectura de Borsuk, cotas inferiores construtivas para números de Ramsey, o número cromático do plano); aplicações do teorema de Borsuk-Ulam. Combinatória aditiva: Conjuntos-soma (teoremas de Cauchy-Davenport e Freiman), teorema de Balog-Szemerédi-Gowers, conjuntos sem somas (conjectura de Cameron-Erdos), prova do teorema de Roth, discussão a respeito do teorema de Szemerédi. O método de containers para hipergrafos: Erdos-Stone em

G(n; p), o teorema de Szemerédi esparso, problemas do tipo Ramsey em G(n; p), contagem e estrutura típica dos grafos sem cópias de H.

Referências:

- N. Alon and J. H. Spencer. - The probabilistic method, 3a edição, Wiley, nwe York, 2008.
- L. Babai and P. Frankl. - Linear algebra methods in combinatorics, Departament of Computer Science, University of Chicago, versão preliminar, 1991.
- B. Bollogás. - Modern Graph Theory (Graduate Texts in Mathematics), Springer-Verlag, New York, 1998.
- J. Matousek. - Thirty-three miniatures (mathematical and algorithmic applications of linear algebra), AMS, 2010.
- T. Tao and V. Vu. - Additive combinatorics, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, CUP, 2006.

8.3.8 Corpos de Funções Algébricas

Superfícies abstratas de Riemann. Valorizações. Métodos locais. Polígono de Newton. Diferenciais. Teorema dos resíduos. Adeles. Teorema de Riemann-Roch. Fórmula de Hurwitz. Funções elípiticas e hiperelípticas. Pontos de Weierstrass. Divisores muito amplos. Curvas algébricas não-singulares. Superfícies compactas de Riemann.

Referências:

- CHEVALLEY, C. - Introduction to the Theory of Algebraic Functions of one Variable, New York, AMS Math. Surveys, 1951.
- DEURING, M. - Lecture on the Theory of Algebraic Functions of one Variable. Berlin, Springer-Verlag, Lectures Notes in Mathematics, 314,1973.
- LANG, S. - Introduction to Algebraic and Abelian Functions. 2nd ed., Reading, Mass., Addison-Wesley, New York, Springer-Verlag, 1982.
- STICHTENOTH, H. - Algebraic Function Fields and Codes, New York, Springer-Verlag, 1993.

8.3.9 Curvas Algébricas

Teorema de Bezout: geometria projetiva, resultante, multiplicidades de interseção. Pontos singulares: critério de Jacobi, ramos de curvas, teorema de preparação de Weierstrass, lema de Hensel, séries de Newton-Puisuex. Fórmulas de Plücker: dualidade de Poncelet-Gergonne, curva polar, pontos de inflexão, Hessiana. Teorema fundamental de Max Noether: divisores, curvas adjuntas. Curvas cúbicas: invariante modular, estrutura de grupo. Resolução de singularidades: funções racionais, Blowing-up, transformações quadráticas. Teorema de Riemann-Roch: diferenciais, fórmula de Riemann-Hurwitz, pontos de Weierstrass, curvas hiperelíticas, curvas de gênero ≤ 3.

Referências:

- ARBARELLO, E - Geometry of Algebraic Curves, vol. I, New York, Springer Verlag, 1985.

– COOLIDGE, J. L. - A Treatise on Algebraic Plane Curves, Dover, 1959.
– FULTON, W. - Algebraic Curves. New York, Benjamin, 1969.
– WALKER, R. J. - Algebraic Curves. New York, Dover, 1950.

8.3.10 Dinâmica dos Fluidos

Pré-requisitos: Álgebra Linear e Aplicações, Análise no R^n, Análise Complexa e EDO's e EDP's.

Modelagem matemática: leis da termodinâmica, esforços elementares sobre as partículas de um fluido, Leis de Newton e derivação das equações de Euler e Navier-Stokes. Teoremas de conservação de Kelvin e teorema de Helmholtz. Escoamento de fluidos incompressíveis (hidrodinâmica) e invíscidos: escoamentos irrotacionais (teoria do potencial, mapeamento conforme e teorema de Blasius) e escoamentos com vorticidade (funções complexas com singularidades). Escoamento de fluidos levemente viscosos: análise dimensional, noções de camada limite e análise assintótica via as equações de Prandtl. Problemas de fronteira livre: propagação de ondas de gravidade lineares e não-lineares, e dinâmica de interfaces. Problemas geofísicos e atmosféricos.

Referências:

– ACHESON, D. J. - Elementary Fluid Dynamics, Oxford University Press, 1990.
– BATCHELOR, G. - An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press, 1967.
– CHORIN, A. J., MARSDEN, J. E. - A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics, second edition, Springer-Verlag, 1990.
– COURANT, R., FRIEDRICHS, K. O. - Supersonic Flow and Shock Waves, Springer-Verlag, 1976.
– WHITHAM, G. - Linear and Nonlinear Waves. New York, John Wiley, 1974.

8.311 Dinâmica Hiperbólica

Difeomorfismos do círculo: número de rotação e teorema de Poincaré-Denjoy; difeomorfismos estruturalmente estáveis. Comentários sobre linearização diferenciável global. Ponto fixo hiperbólico e linearização topológica. Teorema da variedade estável e lema de inclinação. Genericidade de órbitas periódicas hiperbólicas e ligações transversais de selas (teorema de Kupka-Smale). Conjuntos hiperbólicos: folheações estável e instável; exemplos: ferradura, solenóide, difeomorfismo derivado de Anosov, atrator de Plynkin. Persistência e estabilidade de conjuntos hiperbólicos: lema de sombreamento. Estabilidade de difeomorfismos globalmente hiperbólicos (Anosov). Filtração e decomposição espectral dos difeomorfismos axioma A. Teorema da Ω-estabilidade. Ciclos e exemplos de sistemas Ω-instáveis. Princípio de redução da dinâmica à variedade central. Tópicos adicionais: estabilidade de ligações transversais de sela. Comentários sobre a estabilidade de sistemas Morse-Smale. Comentários sobre as conjecturas da estabilidade e da Ω-estabilidade. Recorrências de campos vetoriais em superfícies. Comentários sobre a densidade de campos estáveis. Closing Lemma e questões correlatas. Elementos da teoria das bifurcações.

Referências:

- DE MELO, W., VAN STRIEN, S. - One-Dimensional Dynamics, Berlin, Springer-Verlag, 1993.
- PALIS, J., de MELO, W. - Introduction to Dynamical Systems, Berlin, Springer-Verlag, 1982. Versão Original: Projeto Euclides, IMPA, 1987.
- PALIS, J., TAKENS, F. - Hyperbolicity & Sensitive Chaotic Dynamics at Homoclinic Bifurcations, Cambridge University Press, 1993.
- SHUB, M. - Global Stability of Dynamical Systems. New York, Springer-Verlag, 1987.

8.3.12 Economia Dinâmica

Existência de ótimos. Equações de Euler-Lagrange e condições de transversalidade. O método de Bellman. O teorema de Blackwell. Propriedades da função valor. O teorema de Turnpike. Existência de soluções caóticas. O caso da incerteza: existência de medidas invariantes, convergência fraca para o estado estacionário. O modelo de Brock e Mirman.

Referências:

- ARAÚJO, A. - Introdução à Economia Dinâmica, Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1993.
- STOKEY, N., LUCAS, R. - Recursive Methods in Economics Dynamics, Harvard Press, 1989.
- WITTLE, P. - Optimization Over Time, Vols. I, II, New York: John Wiley and Sons, 1982.

8.3.13 Economia Matemática e Finanças II

Mercados incompletos. Teorema de existência de Radner. Existência genérica. Indeterminação dos equilíbrios. Equilíbrio geral com um número infinito de bens. O teorema de Bewley. A propriedade das preferências. Equilíbrio em reticulados de Banach. Teorema de Mas-Colell. Equilíbrio em finanças: utilidades separáveis. Outros tópicos de equilíbrio geral. A abordagem diferencial. Unicidade local. Teoremas de agregação. Teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu.

Referências:

- BEWLEY, T. - Existence of Equilibria in Economies with Infinitely Many Commodities, Journal of Economic Theory 4, 1972.
- DEBREU, G. - Mathematical Economics, Twenty papers of Gerard Debreu, Econometric Society Monographs 4, Cambridge University Press, 1989.
- MAGILL, M., SHAFER, W. - Incomplete Markets - Chapter 30, Handbook of Mathematical Economics, Vol. IV, ed. Hildenbrand and Sonnenschein. North Holland, Amsterdam, 1991.
- MAS-COLELL, A., ZAME, W. - Equilibrium Theory in Infinite Dimensional Spaces, in: Handbook of Mathematical Economics vol. IV, ed. W. Hildenbrand e H. Sonneschein, North Holland, Amsterdam, 1991.

8.3.14 Equações Diferenciais Parciais e Aplicações

Pré-requisitos: Álgebra Linear e Aplicações, Análise no R^n, Análise Complexa e EDO's e EDP's.

Equações não lineares de primeira ordem. O problema de Cauchy para equações quasi-lineares. Equação de Burgers e a condição o choque (condição de Rankine-Hugoniot). Ondas de choque e ondas de rarefação. Equações Hiperbólicos de segunda ordem. Propagação de singularidade. A equação da onda. Equações de Águas Rasas. O teorema de Cauchy-Kowalevski, a identidade de Green e o teorema de unicidade de Holmgren. Soluções fracas; distribuições. Equações elipticas. A equação de Laplace. A Equação de Poison para a pressão ou função de corrente. Equação da onda em variáveis espaciais. Método das médias esféricas e o princípio de Huygens. Princípio de Duhamel. Se o tempo permitir, tópicos em análise assintótica de EDP's: análise assintótica de soluções, análise assintótica de operadores.

Referências:

- COURANT, R. and HILBERT, D. - Methods of Mathematical Physics, vol. II, Partial Differential Equations, Intersciense Publisher, 1953.
- EVANS, L.C. - Partial Differential Equations (Graduate Studies in Mathematics, v. 19) GSM/19, AMS, 1998.
- JOHN, F. - Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1982.
- WHITHAM, G. B. - Linear and Nonlinear Waves, Wiley-Interscience, 1974.
- ZAUDERER, E. - Partial Differential Equations of Applied Mathematics, 2nd ed., John Wiley, 2000.

8.3.15 Equações Diferenciais Parciais: Teoria Linear

Pré-requisito: Análise Funcional

Espaços de Sobolev: aproximação por funções diferenciáveis; derivada fraca; extensão; traço. Espaços de Hölder. Inclusões de Sobolev. Compacidade de Kondrachov. Equações elíticas de segunda ordem : soluções fracas; teorema de Lax-Milgram; alternativa de Fredholm; teoria de regularidade; princípio do máximo. Desigualdade de Poincaré. Problemas de autovalor. Equações lineares de evolução: equações parabólicas; equações hiperbólicas; teoria de semigrupos. Outros tópicos e aplicações.

Referências:

- EVANS, L. C. - Partial Differential Equations (Graduate Studies in Mathematics), volume 19. American Mathematical Society, 1998.
- MCOWEN, R. - Partial Differential Equations: Methods and Applications, Prentice Hall (2002).

8.3.16 Fluidos em Meios Porosos

Pré-requisitos: EDP, Métodos Numéricos para EDP.
Co-requisitos: Dinâmica dos Fluidos, EDP e Aplicações.

Meio poroso, lei de Darcy, escoamento monofásico incompressível. Equação dos gases em meios porosos. Escoamento bifásico, lei de Muskat, problema de Goursat para equação de Buckley Leverett. Efeitos de gravidade. Pressão capilar. Equação de Burgers viscosa, equação de Rapoport-Leas. Aplicações. Estrutura interna de descontinuidade. Efeitos de fronteira em testemunhos rochosos. Métodos de BJN para inversão de permeabilidades. Escoamento bifásico com variação de viscosidade. Aplicações: injeção de polímeros e surfactantes. Escoamento térmico bifásico incompressível. Conservação de energia. Injeção de água quente ou vapor. Reações exotérmicas. Escoamento miscível. Aplicações: injeção de CO2. Escoamento trifásico. Ondas viajantes. Modelos de permeabilidade. Modelo de Black-oil. Solução do problema de Riemann. Aplicações: WAG. Escoamento em duas dimensões horizontais. Estabilidade de frentes. Fingering. Efeitos de varredura. Modelos em três dimensões tipo “camada de bolo”. Tópicos avançados. Adsorção. Equações de estado e análise PVT. Histerese em escoamentos petrolíferos. Reservatórios de gás condensado. Simuladores de reservatórios petrolíferos. Métodos numéricos, IMPES, etc.

Referências:

– BEDRIKOVETSKY, P. - Mathematical Theory of Oil and Gas Recovery, Kluwer Academic Publishers, 1993.
– LAKE, L. W. - Enhanced Oil Recovery, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
– LEVEQUE, R. - Numerical Methods for Conservation Laws, Birkhäuser, Berlin, 1992.
– SCHEIDEGGER, A. - Physics of Fluids in Porous Media, Unviersity of Toronto Press, 1963.
– WHITHAM, B. - Linear and Non Linear Waves, John Wiley, 1984.

Obs: Tecnologias Envolvidas: Matemática Aplicada, Dinâmica dos Fluidos e Recuperação.

8.3.17 Folheações Holomorfas

Pré-requisitos: Introdução às Folheações Holomorfas e Superfícies de Riemann (esta podendo ser cursada em paralelo)

Fibrados lineares e divisores. Interseção em superfícies. Fibrados associados a folheações, fórmulas de interseção, aplicações, Teoremas de índice . Teorema da Separatriz, Folheações de Riccati e folheações turbulentas. Realização de monodromias, Formas logarítmicas e campos de vetores. Teorema de Jouanolou. Classificação de campos holomorfos em superfícies projetivas, Introdução à teoria birracional (modelos minimais, dimensão de Kodaira). Aplicações.

Referências:

– BRUNELLA, M. - Birational geometry of foliations. Publicações Matemáticas do IMPA. Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2004.
– GÓMEZ-MONT, X., ORTÍZ-BOBADILLA, L. - Sistemas dinâmicos holomorfos em superfícies. México: Sociedad Matemática Mexicana, 1989.

3.18 Geometria Algébrica I

Variedades afins e projetivas, Nullstellensatz. Topologia de Zariski. Funções racionais e morfismos. Variedades normais. Normalização. Diferenciais e não-singularidade. Critério jacobiano. Blow-up. Aplicações racionais. Curvas. Curvas não singulares e corpos de funções. Interseção em P^n. Teorema de Bezout.

Referências:

- HARRIS, J. - Algebraic Geometry (A first course), GTM 133, Springer-Verlag, 1992.
- HARTSHORNE, R. - Algebriac Geometry. Berlin, Springer, 1977.
- SEMPLE, J. G., ROTH, L. - Algebraic Geometry, Oxford University Press, 1949.
- SHAFAREVICH, I. - Basic Algebraic Geometry. Berlin, Springer-Verlag, 1974.

8.3.19 Geometria Algébrica II

Feixes e esquemas. Morfismos de esquemas. Feixes de módulos e feixes coerentes. Divisores de Cartier e Weil. Fibrados em linhas e classes de divisores de Cartier. Diferenciais. Cohomologia de feixes coerentes. Cohomologia de espaço projetivo. Teorema de dualidade de Serre. Teorema de Riemann-Roch para curvas e superfícies, algumas aplicações.

Referências:

- ARBARELLO, E. - Geometry of Algebraic Curves vol. I, New York, Springer-Verlag, 1985.
- GRIFFITHS, P., HARRIS, J. - Principles of Algebraic Geometry. New York, Wiley- Interscience, 1978.
- HARTSHORNE, R. - Algebraic Geometry. Berlin, Springer, 1977.
- MUMFORD, D. - The Red Book of Varieties and Schemes. Berlin, Springer-Verlag, 1988.

8.3.20 Geometria das Subvariedades

Pré-requisitos: Geometria Riemanniana (e seus pré-requisitos)

As equações fundamentais e o teorema fundamental das imersões isométricas. Imersões umbílicas e mínimas. Hipersuperfícies convexas. Subvariedades com curvatura não positiva. Redução de codimensão. Imersões isométricas entre espaços de curvatura seccional constante. Rigidez isométrica local. Rigidez isométrica global. Composição de imersões isométricas. Subvariedades conformemente euclideanas. Imersões conformes. Outros Tópicos.

Referências:

- DO CARMO, M. - O Método do Referencial Móvel. Rio de Janeiro, III ELAM, IMPA, 1976.
- DAJCZER, M. et al - Submanifolds and Isometric Immersions, Houston, Publish or Perish, 1990.

- RODRIGUEZ, L. - Geometria das Subvariedades. Rio de Janeiro, Monografias de Matemática, IMPA, 1976.
- SPIVAK, M. - A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Berkeley, Publish or Perish, 1970-75.

8.3.21 Geometria Riemanniana

Pré-requisitos: Análise no R^n, teorema fundamental das EDO, algum conhecimento de Geometria Diferencial, EDP e espaços de recobrimento.

Métricas riemannianas. Conexão de Levi-Civitta. Geodésicas. Vizinhanças normais e totalmente normais. Tensor de Curvatura. Derivação covariante de tensores. Campos de Jacobi e pontos conjugados. Imersões isométricas; equações de Gauss , Ricci e Codazzi. Variedades riemannianas completas; Teorema de Hopf-Rinov, teorema de Hadamard. Espaços de curvatura constante. Variações do comprimento de arco; aplicações. Teorema de comparação de Rauch; teorema de Bonnet-Myers, teorema de Synge e outras aplicações. O teorema do índice de Morse. O lugar dos pontos mínimos. Outros tópicos.

Referências:

- CARMO, M. - Geometria Riemanniana, Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1979.
- CHEEGER, J., EBIN, D. - Comparison Theorems in Riemannian Geometry, Amsterdam, North-Holland, 1975.
- JOST, J. - Riemannian Geometry and Geometric Analysis, Berlin Heildelberg, New York, Springer Verlag, 1995.
- O'NEILL, B.- Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity, New York, Academic Press, 1983.
- PETERSEN, P.– Riemannian Geometry, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 2006.

8.3.22 Geometria Simplética

Pré-requisito: Topologia das Variedades

Álgebra linear simplética; variedades simpléticas e simplectomorfismos; estrutura simplética do fibrado cotangente. Subvariedades (lagrangianas, isotrópicas, co-isotrópicas) e funções geradoras; Métodos de Moser, teoremas de Darboux-Weinstein (teorema da vizinhança lagrangiana e aplicações). Estruturas quase-complexas compatíveis e variedades Kähler. Campos e sistemas hamiltonianos, colchetes de Poisson, princípios variacionais; variedades de Poisson. Sistemas integráveis: teorema de Arnold-Liouville e existência de variáveis ação-ângulo. Geometria das ações hamiltonianas: ações do grupo de simplectomorfismos, aplicações momento (obstruções para existência, unicidade). Redução simplética e aplicações.
Outros tópicos: teorema de Duistermaat-Heckman, teorema de convexidade de Atiyah-Guillemin-Sternberg, teorema de Delzant; Introdução à topologia simplética e invariantes globais.

Referências:

– CANNAS DA SILVA, A. – Lectures on Symplectic Geometry, Lectures Notes in Mathematics 1764, Springer-Verlag, 2001.
– GUILLEMIN, V., STERNBERG, S. – Symplectic Techniques in Physics, Cambridge University Press, 1990.
– MCDUFF, D., SALAMON, D. – Introduction to Symplectic Topology , Oxford Math. Monographs, Oxford Univ. Press, 1995.

8.3.23 Introdução à Geometria Complexa

Pré-requisito: Análise Complexa

Teorema de Hartogs no polidisco. Teorema de extensão de Hartogs. Domínios holomorficamente convexos. Pseudoconvexidade. Relações entre convexidade holomorfa e pseudoconvexidade. Lemma e cohomologias de Dolbeault. Problemas de Cousin. Feixes, cohomologia de Cech com coeficientes em feixes. Seqüências exatas curtas e equências longas associadas. Resoluções finas. Variedades de Stein. Teoremas A e B de Cartan (enunciados) e aplicações. Variedades de Kaehler. Decomposição de Hodge. Relações entre fibrados lineares e divisores. Primeira classe de Chern, Dualidade de Serre.

Referências:

– CHABAT, S. - Introduction `a l'Analyse Complexe, Vol.2. MIR, 1990.
– GUNNING, R. - Introduction to Holomorphic Functions of Several Variables, Vol. I, II e III Belmont, Ed. Wadsworth, 1990.
– FRITZSCHE, K., GRAUERT, H. - From Holomorphic Functions to Complex Manifolds. Graduate Texts in Mathematics, 213. Springer-Verlag, New York, 2002.
– VOISIN, C.- Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry, I.

8.3.24 Introdução à Mecânica Estatística

Sistemas hamiltonianos, teorema de Liouville, teorema da recorrência de Poincaré, teorema de Birkhoff, hipótese de Boltzmann, ensembles estatísticos, medida de Gibbs, modelo de Ising, limite termodinâmico, desigualdade de FKG, transição de fase, diagrama de fase, modelos de FK, teoria de Pirogov-Sinai:

Referências:

– FEYNMAN, R.P. - Statistical mechanics; A set of lectures. Reading, Mass.: W. A. Benjamin, 1972.
– PRESUTTI, E. - Scaling limits in statistical mechanics and microstructures in continuum mechanics. Berlin: Springer, 2009.
– SACHA FRIEDLI. - Elements of Statistical Mechanics and Large Deviation Theory.
– YVAN VELENIK. - Le Modèle de Ising.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.25 Introdução às Álgebras de Lie

Estudaremos os conceitos básicos de estruturas e representações de álgebras de Lie de dimensão finita sobre os números complexos. O curso não assume conhecimentos básicos de teoria de representações ou teoria de Lie, mas uma boa base em álgebra linear será de utilidade. Começaremos o curso com as estruturas básicas de álgebras de Lie: ideais, homomorfismos, quocientes, álgebras nilpotentes, etc.
Depois, demonstraremos a classificação de álgebras de Lie semisimples de dimensão finita sobre $\mathbb{C}$.
Finalmente introduziremos as representações de peso máximo e a classificação das representações de dimensão finita de álgebras de Lie simples sobre $\mathbb{C}$ assim como a fórmula de caracter de Weyl. Seguiremos cuidadosamente a referência [2], mas serão de utilidade as referências [1] and [3].

Referências:

- HUMPHREYS, J.E. - Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1978. Second printing, revised. [1]
- KAC, V. G. - Lecture notes on lie algebras. *MIT course*, 2010. Available at http://math.mit.edu/classes/18.745/classnotes.html. [2]
- KNAPP, A. W. - Lie groups beyond an introduction, volume 140 of Progress in mathematics. Birkhäuser, 1996. [3]

8.3.26 Introdução às Folheações Holomorfas

Pré-requisitos: Análise Complexa

Singularidades de campos holomorfos. Holonomia (o mapa de retorno de Poincaré). Cálculo da parte linear da holonomia. Teorema de linearização de Poincaré. Teorema de Poincaré-Dulac. Blow-up de uma singularidade. Singularidades reduzidas e Teorema de redução. Folheações no plano projetivo. Folhas algébricas. Teorema de Darboux-Jouanolou. Densidade de folhas para folheações afins genéricas. Inexistência de folha algébrica para folheações projetivas genéricas e folheação de Jouanolou. Teorema do índice no plano projetivo. Classificação das folheações dadas por formas meromorfas fechadas. Critério de Mattei-Moussu para existência de integrais primeiras holomorfas, Grupos de germes de difeomorfismos. Grupos solúveis. Teorema de Nakai.

Referências:

- ARNOLD, V. I. - Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations. New York, Springer-Verlag, 1983.
- BRUNELLA, M. - Birational geometry of foliations. Publicações Matemáticas do IMPA. Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2004.
- CAMACHO, C., SAD. P. - Pontos Singulares de Equações Diferenciais Analíticas. 16º Colóquio Brasileiro de Matemática, Rio de Janeiro, IMPA, 1987.
- GOMEZ-MONT, X., ORTÍZ-BOBADILLA, L. - Sistemas Dinámicos Holomorfos en Superfícies. México: Sociedad Matemática Mexicana, 1989.
- LORAY, F. - Pseudo-groupe d'une Singularité de Feuilletage Holomorphe en Dimension Deux. Disponível em http://hal.archives-ouvertes.fr/ccsd-00016434, 2006.

– NETO, A.L.; SCÁRDUA, B. - Introdução à Teoria das Folheações Algébricas Complexas, http://www.impa.br/opencms/pt/biblioteca/cbm/21CBM/21_CBM_97_02.pdf

8.3.27 Métodos Computacionais de Otimização

Métodos de otimização uni-dimensional. Métodos para otimização irrestrita (métodos de descida e busca linear, o método do gradiente, o método de Newton, métodos quase-Newton, métodos de direções conjugadas). Estratégias de globalização de convergência. Métodos para otimização com restrições (métodos do gradiente projetado, métodos de direções viáveis, penalização externa, penalização interna, Lagrangianas aumentadas, programação quadrática seqüencial). Métodos para otimização não-diferenciável (métodos de subgradiente, o método de planos cortantes, métodos de feixe).

Referências:

– BERTSEKAS, D.P. - Nonlinear Programming. Athena Scientific, 1995.
– BONNANS, J.F., GILBERT J-CH., LEMARÉCHAL, C., SAGASTIZÁBAL, C. - Numerical optimization: theoretical and practical aspects. 2nd ed, Berlin; New York. Springer, 2006.
– DENNIS JR, J. E., SCHNABEL, R. B. - Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. Corrected reprint of the 1983 original. Classics in Applied Mathematics, 16. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1996.
– IZMAILOV, A. E., SOLODOV, M. - Otimização, volume 2. Rio de Janeiro, IMPA, 2007.

8.3.28 Métodos Matemáticos para os Problemas Inversos

Pré-requisitos: Análise Funcional, Teoria Espectral, Noções de Análise Numérica e EDP's Computacionais.

Modelos de propagação de sinais e de ondas em meios heterogêneos. Problemas diretos relacionados à equações elíticas, hiperbólicas e parabólicas. Análise assintótica de altas frequências. Problemas inversos em geofísica. Sismologia por reflexão. Aquisição e tratamento de dados. Deconvolução. Problemas mal postos e bem postos. Métodos computacionais em problemas inversos: teorema da decomposição em valores singulares. Sistemas esparsos. Minimização de funcionais, método de Newton e suas variantes. Métodos de Levenberg-Marquadt. Pacotes computacionais como LINPACK, MATLAB, Mapple, Seismic Unix etc. Limitações destes pacotes. Técnicas de tratamento de sinais, FFT, filtragem, wavelets. Transformada de Radon e suas generalizações para meios heterogêneos. Sismologia por reflexão, migração sísmica, imageamento sísmico e tomografia geofísica.

Referências:

– BAUMEISTER, J. - Stable Solution of Inverse Problems, Vieweg Braunschweig, 1987.

- BAUMEISTER, J., LEITÃO, A. - Topics in Inverse Problems. 25th Brazilian Mathematics Colloquium, IMPA mathematical Publications, Rio de Janeiro, 2005, viii, 193 p., [isbn 85-244-0224-5]
- BIONDO, B. - 3-D Seismic Imaging Stanford University, 1999.
- CLAERBOUT, J. - Fundamentals of Geophysical Data Processing: With Applications to Petroleum Prospecting. New York: Mc Graw-Hill, Series Title: McGraw-Hill International Series in the Earth and Planetary Sciences, 1976.
- COLTON, D., KRESS, R. - Inverse Acoustic and Eletromagnetic Scathering Theory, Second Editon, Springer, Berlim, 1998.
- ZUBELLI, J. P. - Na Introduction to Inverse Problems. Examples methods and questions. 1a ed., Rio de Janeiro: IMPA-22, Colóquio Brasileiro de Matemática, v. 1, 86 p., 1999.

8.3.29 Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Parciais

Pré-requisitos: Álgebra Linear e Aplicações, Análise no R^n, Análise Complexa, Análise Numérica, EDO's e EDP's.

Análise numérica de equações diferenciais parciais elípticas. Solução numérica da equação de Laplace e Poisson via o método de Diferenças Finitas (MDF), via o Método de Elementos Finitos (MEF), via Métodos Espectrais (e.g. Resolvente Rápido de Poisson) e via o Método de Integrais de Contorno (MIC). Análise numérica de equações diferenciais parciais hiperbólicas. Solução numérica da equação de convecção (e.g. equação da onda) via o MDF. Noções de consistência e estabilidade. Análise de estabilidade via equação de dispersão. Análise de estabilidade de von Neumann. Noções sobre: análise de Fourier com furnções de grade, "aliasing" e a fórmula do somatório de Poisson. Noções de dissipação numérica, dispersão numérica e equação diferencial modificada. Teorema de equivalência de Lax. Solução numérica de problemas com descontinuidade. Solução numérica de Leis de Conservação. Análise Numérica de equações diferenciais parciais parabólicas. Solução numérica da equação de difusão (e. g. calor) pelo MDF e por métodos espectrais.

Referências:

- AMES, W. F. - Numerical Methods for Partial Differential Equations, 3rd.ed, Academic Press, 1992.
- GOTTLIEB, D., ORSZAG, S. A. - Numerical Analysis of Spectral Methods, SIAM, 1977.
- ISAACSON, E. e KELLER, H. - Analysis of Numerical Methods, Dover, 1966.
- LE VEQUE, R. J. - Numerical Methods for Conservation Laws, Birkhäuser, 1992.
- RICHTMEYER, R. D. e MORTON, K. W. – Difference Methods for Initial – Value Problems, Krieger Publ. Co., 2nd ed. , 1967.
- SMITH, G. D. - Numerical Solution of Partial Differential Equations, Finite Difference Methods, 3rd. ed., Oxford University Press, 1985.
- TREFETHEN, L. N. - Spectral Methods in MATLAB, SIAM, 2000.

8.3.30 Otimização

Existência de soluções. Condições de otimalidade para problemas sem restrições. Condições de otimalidade em forma primal para problemas com restrições. O cone tangente. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade (condições de Lagrange, condições de segunda ordem). Conjuntos convexos. Teoremas de separação. Teoremas de alternativa. Funções convexas. Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade e desigualdade (condições de Karush-Kuhn-Tucker, condições de segunda ordem). Elementos da Teoria de Dualidade.

Referências:

- BAZARAA, M. S., SHERALI, H. D., SHETTY, C. M. - Nonlinear programming: Theory and algorithms. 3nd ed. Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2006.
- BERTSEKAS, D. P. - Nonlinear programming, Belmont, Mass.: Athena Scientific, 1995.
- IZMAILOV, A., SOLODOV, M. - Otimização, volume 1: Rio de Janeiro, IMPA, 2005.
- LUENBERGER, D. G. - Linear and nonlinear programming. 2nd ed. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2003.
- PERESSINI, A. L.; SULLIVAN, F. E., UHL, J. J., JR. - The mathematics of nonlinear programming. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1988.
- ROCKAFELLAR, R. T. - Convex Analysis. Princeton Univ. Press, 1970.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.31 Paralelismo em Arquiteturas Modernas

Arquitetura de sistemas computacionais contemporâneos, com ênfase em sistemas com múltiplos processadores, processadores com múltiplos núcleos, e unidades aritméticas vetoriais. História dos sistemas gráficos, passando do hardware com funcionalidade fixa para o programável. Programação de cada estágio do sistema gráfico, com ênfase em aplicações de visualização em tempo real. Arquitetura das placas de vídeo modernas. Problemas e algoritmos adequados a cada tipo de arquitetura.

Referências:

- AKENINE-MÖLLER, T.; Haines, E.; Hoffman, N. Real-Time Rendering 3rd edition, A K Peters, July 2008.
- FOG, A. Optimizing software in C++, An optimization guide for Windows, Linux and Mac platforms", February 2012.
- FOG, A. Optimizing subroutines in assembly language: An optimization guide for x86 platforms", February 2012.
- KESSENICH, J. (editor) "The OpenGL Shading Language" (Language version 4.20), August 2011.
- KIRK, D. B.; HWU, W. W.; "Programming Massively Parallel Processors: A Hands-on Approach", February 2010
- MUNSHI, A. (editor) "The OpenCL Specification" (Version 1.2), November 2011.
- "NVIDIA CUDA C Programming Guide" (Version 4.2), April 2012.
- OpenMP Application Program Interface (Version 3.1), July 2011.
- SEGAL, M.; AKELEY, K. "The OpenGL Graphics System: A Specification" (Version 4.2, Core Profile), August 2011.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.32 Probabilidade II

Pré-requisitos: Medida e Integração. Probabilidade I - é muito útil, mas não é estritamente fundamental.

Leis infinitamente divisíveis. Teoria de martingais em tempo discreto: desigualdades de Doob, parada opcional, desigualdade de cruzamentos e convergência. Cadeias de Markov; passeios aleatórios em espaço enumerável, transiência e recorrência. Teorema ergódico de Birkoff. Convergência fraca em espaços métricos poloneses e o teorema de Prohorov. Movimento Browniano e o Teorema de Donsker.

Referências:

- BILLINGSLEY, P. - Convergence of Probability Measures. New York, J. Wiley, 1968.
- CHUNG, K. L. - A Course in Probability Theory, 2nd ed., New York, Academic Press, 1974.
- NEVEU, J. - Discrete Parameter Martingales. Oxford, North-Holland, 1975.
- SHIRYAYEV, A. N. - Probability, New York, Springer-Verlag, 1984.
- VARADHAN, S. R. S. - Probability Theory, New York, Courant Institute of Mathematical Sciences, 2001.

8.3.33 Processamento de Imagens

Noções sobre a teoria de sinais. Fundamentos de cor. Padrões de cor. Imagem digital. Quantização. Operações com imagens. Dithering, warping de imagem. Aplicações.

Referências:

- GOMES, J. de M., VELHO, L. - Computação Gráfica: Imagem. Publicação IMPA/SBM, 1993.
- GOMES, J. de M., VELHO, L. - Image Processing for Computer Graphics. Springer-Verlag, 1997.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.34 Processamento Geométrico

Conceitos básicos: estruturas de dados para malhas poligonais, algoritmos de triangulação. Aquisição de dados via scanners 3D. Remoção de ruídos e erros de aquisição. Criação de malhas iniciais. Operações de suavização, conversão, análise espectral. Geometria diferencial discreta.

Referências:

- BOTSCH M., KOBBELT L., PAULY M., ALLIEZ P., LEVY B. - A K PETERS LTD. - http://www.akpeters.com/product.asp?ProdCode=4261

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.35 Processos Estocásticos

Pré-requisito: Probabilidade II.

Processos em tempo contínuo: incrementos independentes, martingais. Processos Markovianos: construção, Teorema de Hille-Yosida, propriedades básicas, processos de Feller. Integração estocástica e difusões. Outros tópicos de acordo com interesses do instrutor e da turma.

Referências:

- BILLINGSLEY, P. - Convergence of Probability Measures. New York, J. Wiley, 1968.
- KARATZAS, I., SHREVE, S. - Brownian Motion and Stochastic Calculus (2a edição). New York, Springer-Verlag, 2008.
- REVUZ, D., YOR, M. - Continuous Martingales and Brownian Motion (3a edição). New York, Springer-Verlag, 2004.
- ROGERS, L. C. G., WILLIAMS, D. - Diffusions, Markov Processes, and Martingales, Vol 1: Foundations, Cambridge, Cambridge University Press, 2000.
- ROGERS, L. C. G., WILLIAMS, D. - Diffusions, Markov Processes, and Martingales, Vol 2: Itô Calculus, Cambridge, Cambridge University Press, 2000.
- VARADHAN, S.R.S. - Stochastic Processes, New York, Courant Institute of Mathemetical Sciences, 2001.

8.3.36 Representações de Grupos Finitos

We will cover the basic of representation theory of finite groups. Denitions and basic properties. Reducibility, Schur's Lemma. Tensor products. Characters, conjugacy classes and projection formulas. Semidirect products and induced representations. Simmetric groups, Young diagrams.Frobenius Character formula.

Referências:

- SIMON, B. - Representations of finite and compact groups, Graduate studies in mathematics, vol. 10. AMS, 1996.
- FULTON, W., HARRIS, J. - Representation Theory, a first course, Graduate text in mathematics, vol 129. Springer, 1991.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.37 Sistemas Gráficos 3D

Geometria. Sistemas de cor. Objetos e dispositivos gráficos. Imagem digital. Descrição de cenas 3D. Modelos geométricos. Técnicas de modelagem. Vínculos e hierarquias. Rasterização. Recorte. Visibilidade. Câmera virtual e Transformações. Luz e material. Iluminação global. Textura e mapeamentos. Arquitetura de Sistemas 3D.

Referências:

- FOLEY, J., VAN DAM, A., FEINER, S., HUGHES, J. - Computer Graphics: Principles and Practice, 2nd edition in C, Addison-Wesley, reading, MA, 1990.
- GOMES, J. de M., VELHO, L. - Introdução à Computação Gráfica - Sociedade Brasileira de Computação, SP, 1990.
- NEIDER, J., DAVIS, T., WOO, M. - The OpenGL Programming Guide, Addison-Wesley, Reading, MA, 1993.

OBS: Esta disciplina é ministrada como Mestrado / Doutorado.

8.3.38 Subvariedades Mínimas

Pré-requisitos: Geometria Diferencial (e seus pré-requisitos)

Subvariedades mínimas de uma variedade Riemanniana como pontos críticos do funcional volume. Fórmulas da primeira e segunda variação do volume. Exemplos clássicos em formas espaciais e variedades Kähler. Estabilidade e estimativas de curvatura de Schoen e Colding-Minicozzi. Aplicações para a compacidade de famílias de superfícies mínimas estáveis. Teoria global de superfícies mínimas em 3-variedades homogêneas. Outros tópicos.

Referências:

- COLDING, T. e MINICOZZI, W. P. - An Excursion into Geometric Analysis, Surveys in Differential Geometry, International Press, 2004.
- LAWSON, B. - Lectures on Minimal Submanifolds, Berkeley, Publish or Perish, 1980.
- OSSERMAN, R. - A Survey of Minimal Submanifolds, 1st ed., New York, Van Nostrand,1969. New York, 2nd ed., Dover Publ, 1988.

8.3.39 Superfícies Algébricas

Teoria de interseção; Riemann-Roch; blowups, o teorema de contrabilidade de Castelnuovo e transformações birracionais; superfícies regradas; superfícies racionais; o teorema de racionalidade de Castelnuovo. Tópicos extras (conforme o tempo permita) a serem escolhidos dentre os seguintes: transformações elementares, o grupo de Cremona no plano, a classifição de Enriques, etc.

Referência:

- BEAUVILLE, A. - Complex algebraic surfaces. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 1996.

8.3.40 Superfícies de Riemann

Pré-requisito: Análise Complexa

Funções harmônicas e subharmônicas. Problema de Dirichlet. Existência de funções meromorfas. Espaços de recobrimento. Teorema de uniformização. Funções e diferenciais meromorfas. Fórmula de Hurwitz. Teorema de Riemann-Roch. Teorema de Abel-Jacobi.

Referências:

- FARKAS, H., KRA, I. - Riemann Surfaces. Berlim, Springer-Verlag, 1980.
- REYSSAT, E. - Quelques Aspects des surfaces de Riemann, Birkäuser, 1989.

8.3.41 Teoria Algébrica dos Números

Inteiros algébricos. Anel dos inteiros algébricos de um corpo de números, bases e discriminante. Ideais, ideais primos. Grupo de classes, finitude do grupo de classes. Fatoração única e ideais primos. Norma de ideais. Discriminante, diferente e ramificação. Igualdade fundamental. Corpos quadráticos e lei de reciprocidade quadrática. Corpos ciclotômicos. Teorema de Dirichlet (unidade). Função zeta e L-séries de corpos de números, fórmula analítica do número de classes.

Referências:

- BOREVICH, Z. I., SHAFAREVICH, I. R. - Number Theory, New York, Academic Press, 1966.
- ENDLER, O. - Teoria dos Números Algébricos. Rio de janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1986.
- RIBENBOIM, P. - Algebraic Numbers, New York, Wiley-Interscience, 1972.
- SAMUEL, P. - Théorie Algébrique des Nombres, Paris, Hermann, 1967.

8.3.42 Teoria Analítica dos Números

Pré-requesitos: Variável Complexa.

Arithmetic functions; The Riemann zeta-function; Dirichlet characters; Dirichlet L-functions; Gauss sums; Ciclotomy; Primes in arithmetic progression; Functional equation for L-functions; Zero-free regions for z (s) and other L-functions; Prime Number Theorem; Siegel's theorem; Sieve methods; Exponential sums; Consequences of the Riemann hypothesis; Explicit formulas; Extremal functions and Fourier analysis methods; Elliptic functions; Weierstrass P-function; Eisenstein series; Identities involving sums of powers of divisors; Ramanujan tau function; Jacobi theta functions; Two-squares theorem; Four-squares theorem.

Referências:

- CHANDRASEKHARAN, K. - Elliptic functions, Springer, 1985.
- DAVENPORT, H. - Multiplicative Number Theory, Third Edition, Springer, 2000.
- IWANIEC, H., KOWALSKI, E. - Analytic Number Theory, AMS Colloquium Publications, Volume 53, 2004.
- STEIN, E. M., SHAKARCHI, R. - Complex analysis, Princeton Lectures in Analysis, II, Princeton University Press, 2003.
- TITCHMARSH, E. C., - The theory of the Riemann zeta-function, Second Edition, Oxford Science Publications, 1986.
- ZAGIER, D. - Elliptic modular forms and their applications, Universitext, Springer, 2008.

8.3.43 Teoria dos Jogos Não Cooperativos

Modelando situações de competição. Jogos na forma extensiva. Jogos na forma normal. Jogos na forma estratégia. Estratégias mistas e o teorema de Khun. Soluções de Jogos não cooperativos. Dominância e dominância iterada. Equilíbrio de Nash. Equilíbrio perfeito em subjogos; equilíbrio perfeito com mão trêmula; equilíbrio sequencial. Aplicações dos conceitos de equilíbrio. Jogos com informação incompleta ou imperfeita. Equilíbrio bayesiano. Equilíbrio bayesiano imperfeito. Aplicações. Jogos repetidos. Modelos de barganha.

Referências:

- FUNDENBERG, D., KREPS, D. - A Theory of Learning, Experimentation and Equilibrium in Games. Minnesota, Stanford Univ., 1989.
- SCHELLING, T. - The Strategy of Conflict, 2nd ed., Harvard Univ. Press, 1980.
- THOMAS, L. - Games, Theory and Applications, Chichester, Ellis Harwoos, 1984.

8.3.44 Teoria Ergódica Diferenciável

Teorema de recorrência de Poincaré e teorema ergódico de Birkhoff. Existência de medidas invariantes para transformações contínuas. Transformações ergódicas e misturadoras. Transformações unicamente ergódicas. Exemplos: shifts, automorfismos e translações do toro. Decomposição ergódica de medidas invariantes. Entropia métrica e topológica. Transformações expansoras e existência de medidas variacionais. Tópicos adicionais: Princípio variacional. Estado de equilíbrio. Atratores hiperbólicos e medida de Sinai-Ruelle-Bowen. Teorema de Oseledec. Desigualdade de Ruelle. Fómula de entropia de Pesin. Teoria ergódica de sistemas não-uniformemente hiperbólicos.

Referências:

- BOWEN, R. - Equilibrium States and the Ergodic Theory of Anosov Diffeomorfisms. Berlin, Springer-Verlag, 1975.
- CRAIZER, M. - Entropia das Funções Internas. Rio de Janeiro, IMPA, 1989.
- MAÑÉ, R. - Ergodic Theory and Diferentiable Dynamics. Berlin, Springer-Verlag, 1987.

8.3.45 Teoria Espectral

Pré-requisitos: Medida e Integração, Análise Funcional.

Operadores lineares limitados e não limitados. Operadores integrais, operadores de multiplicação e operadores diferenciais. O teorema de extensão para operadores limitados. A transformada de Fourier em L^1 ($\mathbf{R}^n$), S ($\mathbf{R}^n$) e L^2 ($\mathbf{R}^n$). Distribuições de *L*. Schawartz, distribuições temperadas e distribuições de suporte compacto. Os espaços de Sobolev H^s ($\mathbf{R}^n$). Aplicações às equações de evolução, lineares e não lineares. Operadores fechados, fecháveis, simétricos e auto-adjuntos. Resolvente e espectro. A transformada de Cayley. Diferenciação de medidas. O teorema de decomposição de Hahn. O teorema de decomposição de Radon-Nikodyn. Integrais de Riemann-Stieltjes e Lebesque-Stieltjes. O teorema espetral para operadores auto-adjuntos nas formas de integrais espectrais, de operador de multiplicação e de cálculo funcional. O teorema de Stone.

Referências:

- HILLE, E. - Methods in Classical and Functional Analysis. Reading, Mass., Addison-Wesley Pub. Co., 1972.
- KOLMOGOROV, A. N., FOMIN, S. V. - Introductory Real Analysis, Dover Publ., Inc. Translated from the seconde russian edition, 1970.
- REED. M., BARRY, S. - Methods of Modern Mathematical Physics vols. I e II, New York: Academic Press, 1972-1978.
- RIESZ, F., SZ. -NAGY, B. - Functional Analysis, Frederick Ungar Publ.Co. Translated from the second french edition, 1955.
- RUDIN, W. - Real and Complex Analysis. New York, McGraw-Hill, 1966.
- STONE, M. - Linear Transformations in Hilbert Space and their Applications to Analysis, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., vol. 15, 1932.
- THAYER, J. - Operadores Auto-adjuntos e Equações Diferenciais Parciais. Rio de Janeiro, Projeto Euclides, IMPA, 1987.

8.3.46 Teoria Geométrica da Medida

Medidas de Hausdorff; densidades; medidas de Randon. Funções Lipschitz; Funções BV. Subvariedades de $R^{\{n+k\}}$; a fórmula da área; fórmulas da primeira e segunda variação; a fórmula da co-área. Conjuntos contavelmente n-retificáveis, propriedades de tangente; gradientes, Jacobianos, área, co-área; o Teorema de estrutura; conjuntos localmente de perímetro finito. Teoria das n-varifolds retificáveis; propriedades e definições básicas; primeira variação; fórmulas de monotonicidade e conseqüências básicas; desigualdades de Poincaré e Sobolev; outras consequências das fórmulas de monotonicidade. O Teorema de regularidade de Allard; aproximação Lipschitz; aproximação por funções harmônicas; Lema do decaimento de Tilt-Excesso; Teorema principal de regularidade: primeira versão; Teorema principal de regularidade: segunda versão.

Referências:

- EVANS, L.C., GARIEPY, R.J. - Measure Theory and Fine Properties of Functions, CRC Press, 1992.
- FEDERER, H. - Geometric Measure Theory, Springer-Verlag, New York, 1969.
- GIUSTI, E. - Minimal Surfaces and Functions of Bounded Variation, Birkhauser, Boston, 1984.
- SIMON, L. - Lectures on Geometric Measure Theory, Proceedings of the Centre for Mathematical Analysis, Australian National Unviersity, Vol. 3, 1983.

8.3.47 Teoria Geométrica dos Grupos

Pré-requisitos: Basic Group Theory and Riemannian Geometry

Groups and presentations: abelian groups, solvable groups, nilpotent groups, Jordan's theorem, free groups and group presentations. Cayley graphs, coarse geometry, quasi-isometries, Gromov-hyperbolic spaces, hyperbolic groups, ideal boundaries and some further properties of hyperbolic groups. Coarse topology: metric cell complexes, the ends of a space, Rips complexes. Tits alternative. Growth of groups and Gromov's theorem. Other proofs of Gromov's theorem. Further topics include: Quasi-isometries of nonuniform lattices in hyperbolic spaces, Schwartz Rigidity Theorem, Mostow Rigidity Theorem.

Referências:

- GHYS, E., DE LA HARPE, P. - Sur les groupes hyperboliques d'apres Mikhael Gromov. Progress in Maths. No. 83, Birkhauser, 1990.
- BRIDSON, M., HAEFLIGER A. - Metric spaces of non-positive curvature, Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- DRUTU, C., KAPOVICH, M. - Lectures on Geometric Group Theory, preliminary version of the book at www.math.ucdavis.edu/~kapovich/EPR/ggt.pdf.

8.3.48 Topologia das Variedades

Pré-requisito: Análise Vetorial

Variedades diferenciáveis, exemplos; fibrados vetoriais, grupos de Lie e espaços homogêneos. Campos de vetores e formas diferenciais. Distribuições e o teorema de Frobenius; aplicações na teoria de grupos de Lie. Integração de formas. Cohomologia de de Rham; suporte compacto. Invariância homotópica, seqüência de Mayer-Vietoris; exemplos e aplicações. Dualidade de Poincaré. Homologia e cohomologia singular. Teorema de Rham. Topicos adicionais: fórmulas de Kunneth e coeficientes universais, cohomologia de Cech, outros.

Referências:

- BREDON, G. - Topology and Geometry , Springer-Verlag, 1993.
- LEE, J. - Introduction to Smooth Manifolds, Springer-Verlag, 2002.
- LIMA, E. - Homologia Básica, Projeto Euclides, 2009.
- WARNER, F. - Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups,Springer-Verlag, 1983.

8.3.49 Topologia Diferencial

Pré-requisitos: Análise Vetorial e Análise no R^n

Variedades: definição e exemplos. Variedades com bordo. Variedades orientáveis. Partições da unidade. Teorema de Sard. Topologia C^r (domínio compacto). Espaços de jatos e transversalidade nos jatos. Teoremas de Whitney. Grau módulo dois e grau de Brower. Invariância por homotopia.
Aplicações: teorema do ponto fixo de Brower, teorema da invariância da dimensão. Teorema de Hopf da classificação homotópica das aplicações na esfera. Teoria da interseção e grau. Invariância por homotopia do número de interseção. Campos de vetores e característica de Euler. Índice de Poincaré-Hopf. Teorema de Poincaré-Hopf. Teorema de Lefschetz.

Referências:

- HIRSH, M. - Differential Topology. Graduate Texts in Mathematics, 33. Springer-Verlag, New York, 1994.
- LIMA. E. L. - Introdução à Topologia Diferencial. Rio de Janeiro, IMPA, 2005.
- MILNOR, J. - Topology from the Differentiable Viewpoint. Charlottesville, Princeton Univ. Press, 2nd (1969).