Endomorfismos de Anosov

Marisa dos Reis Cantarino [1], José Régis Azevedo Varão Filho[2]

[1] Imecc - Universidade Estadual de Campinas

[2] Imecc - Universidade Estadual de Campinas

Estabilidade é um conceito fundamental em dinâmica. Em particular, estabilidade estrutural — perturbar um pouco uma função não muda suas propriedades dinâmicas — é desejável em aplicações: se um sistema epidemiológico é modelado por uma função f, o erro de um parâmetro experimental pode nos fazer trabalhar com uma função g próxima à f; se seus comportamentos não são os mesmos, o modelo não é muito útil.

Mañé [6] caracterizou difeomorfismos C^1 estruturalmente estáveis em uma variedade compacta: estabilidade estrutural é equivalente a Axioma A mais a propriedade da transversalidade forte.

Um caso particular de difeomorfismo axioma A com a propriedade da transversalidade forte são os difeomorfismos de Anosov, logo eles são estruturalmente estáveis. Mas, apesar de suas boas propriedades, ser um difeomorfismos de Anosov é uma restrição: em dimensão 2 e 3, toros são as únicas variedades que suportam difeomorfismos de Anosov [4] [3], e todo difeomorfismos de Anosov em $\mathbb{T}^n$ é topologicamente conjugado a um linear [5].

Nos anos 70, Przytycki [1] e Mañé e Pugh [2] introduziram o conceito de endomorfismos de Anosov, que são difeomorfismos locais e não necessariamente inversíveis. Eles mostraram que, em geral, endomorfismos de Anosov não são estruturalmente estáveis. Além disso, em qualquer vizinhança na topologia C^1 de um endomorfismo de Anosov que não é difeomorfismo ou expansor existem vários comportamentos dinâmicos diferentes — mais precisamente, existe nesta vizinhança uma família não-enumerável de endomorfismos que dois a dois não são semi-conjugados.

Neste pôster apresentamos o conceito de difeomorfismo de Anosov numa variedade fechada e suave e, para o caso não inversível, generalizamos esse conceito com a definição de endomorfismo de Anosov e o estudo das direções estáveis e instáveis utilizando o espaço de limite inverso. Apresentamos alguns exemplos e o fato de que para

um ponto pode haver mais de uma direção instável. Mencionamos alguns resultados sobre endomorfismos de Anosov.

References

[1] Przytycki, F., *Anosov endomorphisms*, Studia mathematica, 3(58):249–285, 1976.

[2] Mañé, R. e Pugh, C., *Stability of endomorphisms*, Dynamical Systems—Warwick 1974:175–184. Springer, 1975.

[3] Newhouse, S. E, *On codimension one Anosov diffeomorphisms*, American Journal of Mathematics, 92(3):761–770, 1970.

[4] Franks, J., *Anosov diffemorphisms, Global analysis*, Proc. Sympos. Pure Math., volume 14, pages 61–93, 1970.

[5] Manning, A., *There are no new Anosov diffeomorphisms on tori*, American Journal of Mathematics, 96(3):422–429, 1974.

[6] Mañé, R., *A proof of the C^1 stability conjecture*, Publications Mathématiques de l'IHÉS, 66:161–210, 1987.

[7] Micena, F. e Tahzibi, A. , *On the unstable directions and Lyapunov exponents of Anosov endomorphisms*, Fundamenta Mathematicae, 1(235):37–48, 2016.