

O Teorema dos Quatro Vértices e sua Recíproca

M. J. Dias Carneiro¹ e R. A. Garcia²

¹ Uni. Fed. de Minas Gerais, UFMG

² Univ. Fed. de Goiás, UFG.

Nível: Introdutório.

Público-alvo: alunos e alunas de graduação.

Pré-requisitos: Cálculo diferencial e geometria diferencial de curvas no plano euclidiano.

Em 1909, S. Mukhopadhyaya provou a primeira versão do teorema dos quatro vértices: uma oval (curva plana regular simples, fechada com curvatura estritamente positiva) que não é um círculo, possui pelo menos quatro pontos extremos da curvatura (dois máximos e dois mínimos locais). Faremos uma exposição de algumas dessas provas ressaltando os aspectos topológicos, analíticos e geométricos. A recíproca do teorema dos quatro vértices para o caso convexo foi provada por H. Gluck, em 1971. Um dos objetivos do curso será expor a prova da recíproca no caso estritamente convexo. Esta prova é uma bela e simples ilustração do uso de técnicas de topologia diferencial de dimensão finita para resolver uma equação funcional. Concluímos o curso discutindo o problema dos quatro vértices no contexto de geometria afim e outras questões relacionadas. O texto contém muitos exercícios, de diversos níveis. Faremos aulas de discussão de alguns problemas que são temas atuais de pesquisa.