

Problema 1

Explique por que a única permutação \mathbf{p} dos números de 1 a n (com $n > 0$ natural) que satisfaz

$$\mathbf{p}(1) < \mathbf{p}(2) < \mathbf{p}(3) < \dots < \mathbf{p}(n)$$

é a permutação identidade.

Problema 2

Resolva o problema análogo ao de formar casais grandes, mas agora com o objetivo de formar casais pequenos. Isto é, dados números $m_1 < m_2 < \dots < m_n$ e $h_1 < h_2 < \dots < h_n$, qual permutação \mathbf{p} dos números de 1 a n minimiza a soma $m_1 h_{\mathbf{p}(1)} + m_2 h_{\mathbf{p}(2)} + \dots + m_n h_{\mathbf{p}(n)}$?

Problema 3

Resolva o problema dos baldes de tinta. Relembro o enunciado:

Temos $n > 1$ pessoas num descampado. Todas estão participando de uma brincadeira em que jogarão baldes de tinta nos outros. A regra é que cada pessoa jogará seu balde de tinta no participante mais próximo de si (excluindo a si mesma!). Mostre que, se n é ímpar e todas as distâncias entre as pessoas são distintas, então pelo menos um participante sairá limpo do jogo.