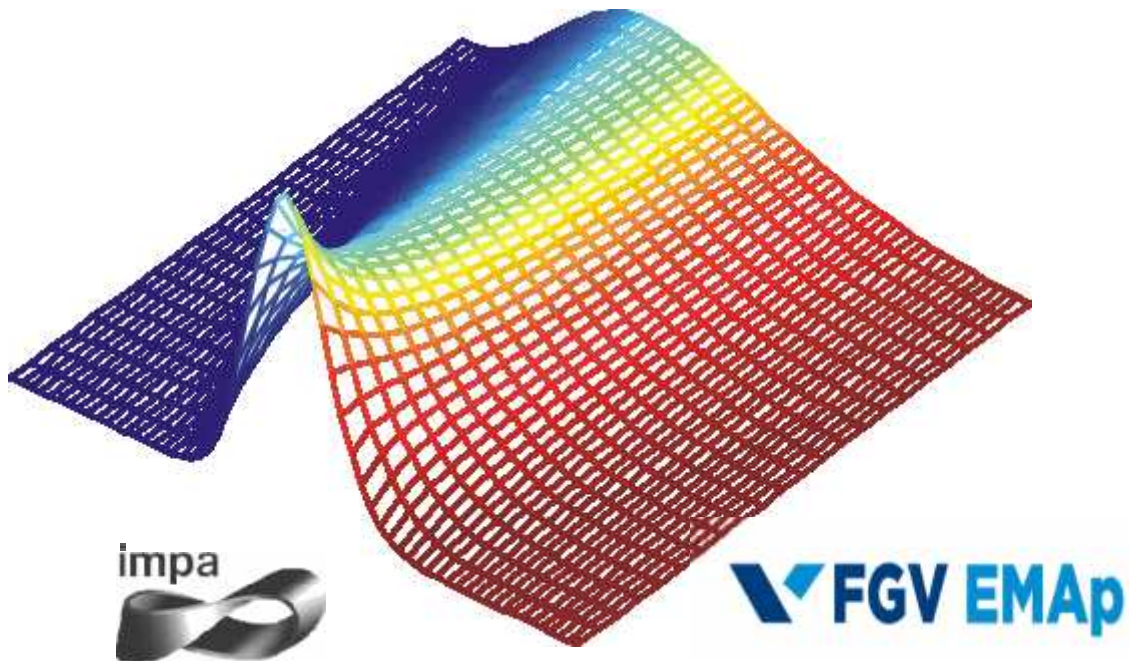


# Mestrado Profissional

## Métodos Matemáticos em Finanças



Este programa é do tipo *stricto sensu* e destina-se à formação de profissionais qualificados, com apurado conhecimento na área de modelagem matemática e computacional, que buscam aprofundar-se em finanças quantitativas, análise de risco e instrumentos financeiros. O programa é voltado para os profissionais que trabalham no mercado financeiro, fundos de investimento, firmas de consultoria, bancos e fundos de previdência. O foco do programa está nos aspectos práticos das finanças e na utilização dos métodos matemáticos e computacionais e tecnologias de ponta.

Outubro-2016

## **Seleção**

O candidato deverá candidatar-se no site do IMPA ([www.impa.br](http://www.impa.br)), devendo anexar ao pedido eletrônico os seguintes documentos:

- Histórico escolar da graduação;
- Carta de intenções. Incluir relação dos livros de Matemática lidos, em nível universitário.
- Duas cartas de recomendação de professores do candidato ou de profissionais da área de finanças que conheçam o candidato;
- Proposta preliminar de no máximo 2 páginas contendo descrição resumida de como o candidato pretende aplicar os conhecimentos adquiridos à solução de problemas concretos ou ao desenvolvimento de produto.

## **Inscrição**

As inscrições por meio eletrônico estarão abertas até 30 de novembro de cada ano.

Para informações: [www.impa.br](http://www.impa.br)

## **Início do Programa**

O programa inicia-se em março de cada ano. Os alunos admitidos deverão cursar a disciplina Elementos de Análise Real, que será oferecida no período de verão, janeiro-fevereiro. Nesta disciplina serão estudados os conceitos de Análise, essenciais à boa compreensão de outras disciplinas, permitindo o nivelamento da turma. O curso é aberto a participação de qualquer estudante, mas por questão de limitação de vagas será dada preferência àqueles que solicitaram admissão ao Mestrado Profissional em Métodos Matemáticos em Finanças.

## **Horário e Duração**

As disciplinas serão lecionadas no IMPA, no horário das 19h às 22h, em 2 dias da semana. É esperado dedicação de 4 noites por semana, 2 para aulas presenciais, 1 para aulas de exercício e ao atendimento por monitores e 1 para seminários e palestras. As disciplinas serão trimestrais distribuídas em um programa de dois anos de duração.

## **Pagamento**

O valor da mensalidade para um aluno inscrito em tempo integral para o próximo ano será de R\$ 2.800,00 (Dois mil e oitocentos reais). Serão concedidas isenções parciais em caráter excepcional.

## **Alunos de Curso Livre**

Serão aceitas, ainda, inscrições em disciplinas avulsas, em regime de aluno de curso livre, dependendo da existência de vagas. Para todos os períodos, os pedidos de inscrição em disciplinas deverão ser encaminhados até 15 dias antes do início do período. Para o pedido de inscrição é necessário preencher um formulário e enviar juntamente o histórico escolar e curriculum vitae. O valor da mensalidade de uma disciplina avulsa é de R\$ 1.700,00 (mil e setecentos reais).

## **Trancamento de Matrícula**

O pedido de trancamento de matrícula deve ser encaminhado à Comissão de Ensino com aprovação do orientador. O período máximo de trancamento é 6 (seis) meses. É cobrada uma taxa de trancamento no valor de meia mensalidade. O retorno ao programa não é automático e depende de uma avaliação da Comissão de Ensino.

## **Critério de Avaliação do Rendimento**

O aproveitamento em cada disciplina é avaliado mediante provas, trabalhos individuais ou exposições orais. O processo de avaliação é da responsabilidade do professor encarregado da disciplina, respeitadas as normas gerais da Comissão de Ensino.

O rendimento do aluno em disciplinas é usualmente medido por um dos graus **A, B, C, e F**, sendo **F** o único grau reprovatório. No entanto, nos Seminários o rendimento é medido pelos graus **P** (aprovatório) e **F** (reprovatório).

A Comissão de Ensino acompanha o rendimento do aluno ao longo do programa e caso considere o desempenho insatisfatório pode optar pelo seu desligamento. De modo geral, cada grau **F** ou **C** obtido deve ser compensado por um grau **A**. Além disso, a obtenção de dois graus **F** normalmente implica no desligamento do programa.

Utiliza-se ainda o grau **I** (incompleto) para indicar que o aluno completará o trabalho da disciplina em época posterior. No caso deste grau não ser completado até 60 dias após o término do curso, ele será transformado em grau **F**.

O grau **I** será aceito pela Comissão de Ensino apenas em situações excepcionais e amplamente justificadas.

### **Inscrições e cancelamentos em Disciplinas por meio eletrônico**

As inscrições nas disciplinas oferecidas no IMPA estarão abertas durante 30 (trinta) dias: 15 (quinze) dias antes e 15 (quinze) dias após o início de cada período letivo.

Até a metade de cada período letivo o aluno regular pode cancelar sua inscrição em qualquer das disciplinas, respeitado o número mínimo de disciplinas a serem cursadas.

A inscrição e o cancelamento em uma disciplina, para os alunos matriculados no IMPA, necessitam do consentimento do seu orientador e aprovação da Coordenação de Ensino.

### **Disciplinas e créditos**

As disciplinas de Pós-Graduação têm a duração de um período letivo e constam de três horas de aula semanais, exceto no Período do Verão quando a carga horária é de seis horas semanais. Cada crédito corresponde a cerca de 16 horas de aula. Em geral não são computadas aulas/horas de exercícios.

A aprovação em disciplinas de Iniciação Científica não é contada como crédito de Pós-Graduação.

O programa de estudos de cada candidato é elaborado sob a supervisão de um orientador, designado pela Comissão de Ensino.

### **Reconhecimento de crédito de disciplinas cursadas fora do IMPA**

O aluno pode solicitar reconhecimento de créditos obtidos em disciplinas de Pós-graduação cursadas em outras instituições. Para isso, deve dirigir uma solicitação à Coordenação de Ensino contendo a ementa da disciplina e uma declaração com a nota, ambas oficiais. Somente serão aceitos até 9,0 créditos.

### **Disciplinas obrigatórias**

Para este programa as disciplinas obrigatórias são:

- Cálculo Estocástico
- Commodities, Futuros e Derivativos
- Estatística e Econometria
- Equações Diferenciais Parciais em Finanças
- Finanças Quantitativas
- Métodos Computacionais em Finanças
- Métodos Matemáticos em Finanças I
- Métodos Matemáticos em Finanças II
- Renda Fixa e Risco
- Projeto de Fim de Curso

### **Projeto de Fim de Curso**

O projeto de fim de curso deverá ser orientado por um professor do IMPA, possivelmente com a coorientação de um profissional da área. A inscrição na disciplina de projeto de fim de curso corresponderá a 2,0 créditos. Depois de redigido o projeto, o aluno deverá entregar um exemplar à Coordenação do Programa e fazer uma exposição oral perante uma banca composta de três professores, nomeada pela Comissão de Ensino. Uma vez aprovado pela banca, o candidato deverá entregar um exemplar em versão eletrônica, para constar da documentação do IMPA.

## Condições para a concessão do grau

O grau do programa de Mestrado Profissional é concedido ao aluno matriculado no IMPA que cumprir as seguintes condições:

- a) Obter, no mínimo, 27 créditos de Pós-Graduação;
- b) Redigir, sob a orientação de um professor do IMPA, projeto de fim de curso que deverá ser aprovado por uma banca designada pela Comissão de Ensino;
- c) Comprovar conhecimento em inglês;
- d) Ter sido aluno regularmente matriculado no IMPA durante pelo menos dois períodos letivos;
- e) Ser aprovado em todas as disciplinas obrigatórias e satisfazer os critérios de avaliação do rendimento.

## CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- Álgebra Linear e Otimização – 2,0 créditos
- Cálculo Estocástico – 2,0 créditos
- Commodities, Futuros e Derivativos – 2,0 créditos
- Elementos de Análise Real
- Estatística e Econometria – 2,0 créditos
- Equações Diferenciais Parciais em Finanças – 3,0 créditos
- Finanças Quantitativas – 2,0 créditos
- Métodos Computacionais em Finanças – 2,0 créditos
- Métodos Matemáticos em Finanças I – 2,0 créditos
- Métodos Matemáticos em Finanças II – 2,0 créditos
- Probabilidade e Processos Estocásticos – 2,0 créditos
- Renda Fixa e Risco – 2,0 créditos
- Tópicos Avançados em Finanças – 2,0 créditos
- Projeto Final – 2,0 créditos
- Seminário – 2,0 créditos

## PROGRAMA DAS DISCIPLINAS

### Elementos de Análise Real

Indução matemática. Desigualdades. Noções de topologia. Limite e continuidade. Derivadas e regra da cadeia. Séries. Integrais definidas e indefinidas. Séries de Taylor. Convexidade. Funções de várias variáveis: Limite, continuidade, derivadas parciais e direcionais. Máximos e mínimos de funções de várias variáveis. Exemplos e aplicações. Tópicos adicionais: Séries e Multiplicadores de Lagrange.

### Referências:

- LIMA, E.L. - Análise Real, vol. 1, Coleção Mat. Univ. Rio de Janeiro, IMPA, 1999.

- APOSTOL. T. - Calculus, New York : Blaisdell Pub. Co., 1964, c1961.
- SPIVAK, M. - Calculus. Berkeley, CA : Publish or Perish, 1980.
- BUCK, R. Creighton. Advanced calculus. 2<sup>d</sup> ed. New York: McGraw-Hill, 1965.

## Álgebra Linear e Otimização

Parte 1 (Álgebra Linear): Matrizes e vetores. Sistemas lineares. Eliminação Gaussiana e fatorização LU. Espaços e subespaços vetoriais, bases, dimensão. Posto de uma matriz. Ortogonalidade: projeções, ortogonalização de bases e mínimos quadrados. Autovalores e autovetores. Diagonalização. Transformações lineares. Matrizes semelhantes. Decomposição em valores singulares.

Parte 2 (Otimização): Funções de várias variáveis, Motivação e Exemplos. Normas e distâncias no espaço n-dimensional. Pontos de acumulação. Aplicações contínuas. Conjuntos abertos e fechados. Conjuntos compactos. Conjuntos convexos. Funções convexas e estritamente convexas. Derivadas parciais. Derivadas direcionais. Diferenciabilidade. Regra da Cadeia. Fórmula de Taylor. Funções de  $R^n$  em  $R$ . Gradiente. Hessiana. Teorema de Schwarz. Máximos e mínimos Locais. Condições Necessárias e Suficientes. Condições de máximo e mínimo com restrições. Karush-Kuhn-Tucker e Multiplicadores de Lagrange.

### Referências:

- LIMA, E. L. - Álgebra Linear. Coleção Matemática Universitária, IMPA, 1995.
- STRANG, G. - Introduction to Linear Algebra. Wellesley-Cambridge Press, 1993.
- LUENBERGER, D. - Linear and Non-Linear Programming. 2a ed. Addison- Wesley Reading, 1984.
- APOSTOL, T. - Calculus, second edition, John Wiley, 1969.
- BERTSEKAS, D. - Nonlinear Programming, Athena Publishing, 1999.
- LIMA, E. L., Curso de Analise Vol. 2, Projeto Euclides.

## Finanças Quantitativas

Derivativos financeiros: europeus, americanos, exóticos. Princípio de não-arbitragem. Medida neutra ao risco. Apreçamento de derivativos. Fórmula de Black-Scholes. Obrigações (bonds). Hedging. Agências de classificação de risco. Value at Risk (VaR). Modelos e apreçamento de derivativos de taxa de juros, câmbio e commodities. Derivativos de Risco de Crédito. Introdução às Opções Reais. Introdução aos modelos de volatilidade estocástica.

### Referências:

- HULL, J. - Options, Futures, and Other Derivatives. Prentice Hall (9th Edition) 2014.

## Probabilidade e Processos Estocásticos

Probabilidade: Espaço de probabilidade, variáveis aleatórias, funções de distribuição. Probabilidade condicional, independência. Esperança, desigualdades básicas, teoremas de convergência. Esperança condicional. Lei dos grandes números. Teorema central do limite.

Processos Estocásticos: Cadeias de Markov em tempo discreto. Processo de Poisson. Cadeias de Markov em tempo contínuo.

### Referências:

- JAMES, B. R. - Probabilidade: um curso em nível intermediário. Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1981.
- GRIMMETT, G. e STIRZAKER, D. - Probability and Random Processes. Oxford.

## Estatística e Econometria

Estatística: Estatística aplicada às finanças. Estimadores pontuais e suas propriedades. Métodos de estimação. Intervalos de confiança. Testes de hipóteses. Regressão linear simples e múltipla. Introdução a métodos robustos de estimação. Exemplos concretos em Finanças Quantitativas. Tópicos atuais

Econometria: Séries temporais. Análise exploratória em séries temporais. Modelos lineares univariados de séries temporais estacionárias: processos estocásticos, ergodicidade, e estacionariedade; processos ARIMA; processos estocásticos lineares. Modelos lineares univariados de séries temporais não-estacionárias: processos não-estacionários e modelos ARIMA; modelagem ARIMA; previsão utilizando modelos ARIMA. Testes de existência de tendência e raízes unitárias. Técnicas de regressão para dados não-integrados. Técnicas de regressão para dados integrados. Modelos de séries temporais multivariados e suas aplicações. Fatos estilizados dos mercados financeiros. Fatos estilizados sobre o retorno dos ativos, previsibilidade e volatilidade. Análise média-variância e o CAPM: estimação e testes; resultados empíricos. A econometria do modelo multifator: estimação e testes; resultados empíricos. Modelos de apreçamento por equilíbrio e o Equity Premium Puzzle: diferentes abordagens: calibração, regressões, máxima verossimilhança e GMM; modelos de apreçamento baseados no consumo com função utilidade potência; funções utilidade mais gerais: hábito, utilidade recursiva, preferências dependentes do estado. Microestrutura de mercado. Estudo de eventos. Modelos intertemporais. Modelos estocásticos não-lineares.

#### **Referências:**

- BICKEL, P., DOKSUM K. - Mathematical Statistics: basic ideas and selected topics. Holden-Day, 1977.
- BOLFARINE, H., SANDOVAL, M. - Inferência Estatística. Sociedade Brasileira de Matemática 2001.
- WACKERLY, D., MENDENHALL, W., SCHEAFFER, R. – Mathematical Statistics with Applications
- DAVIDSON, R., MACKINNON, J. G. - Estimation and Inference in Econometrics. Oxford University Press, 1983.
- MACKINLAY, A. C., CAMPBELL, J. W., ANDREW Y. LO. - The Econometrics of Financial Markets. Princeton University Press, 1996.
- MILLS, T. - The Econometric Modelling of Financial Time Series. 2a ed. Cambridge, 1999.

#### **Métodos Matemáticos em Finanças I**

Principais derivativos negociados no mercado, suas definições precisas e a modelagem dos ativos subjacentes em tempo discreto. Simulação dos processos de preços. Passeios aleatórios e sua importância na simulação de ativos do mercado. Introdução aos métodos de Monte Carlo. Revisão de probabilidade e de processos estocásticos em tempo discreto. Arbitragem e estratégias de cobertura. Exemplos práticos. Deltahedging. O modelo de um período. Cálculo de opções europeias e de contratos contingenciados. Mercados completos e incompletos. O apreçamento de derivativos e sua relação com o valor esperado na medida neutra ao risco. O modelo multi-período. O caso binomial e o limite gaussiano. Breve introdução às consequências do Teorema Central do Limite. O exemplo da fórmula de Black-Scholes. O conceito de volatilidade implícita e o cálculo das Gregas. Delta-Gama hedging. O modelo binomial na prática: Calibragem e Apreçamento. A fórmula de Feynman-Kac em tempo discreto e suas aplicações. Simulações de processos e métodos de Monte Carlo. Opções com tempo de exercício ótimo. Tempos de parada e cálculo de opções americanas. O algoritmo de Longstaff-Schwarz. Aplicações ao mercado de derivativos nacional.

#### **Referências:**

- SHREVE, S. - Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model. Springer Finance, 2005.
- DUFFIE, D. - Dynamic Asset Pricing Theory, Princeton University Press, Princeton, 1992.
- KORN & KORN - Option Prices and Portfolio Optimization. AMS, 2000.
- SHIRYAYEV, A. N. - Essentials of Stochastic Finance: facts, models, theory. World Scientific, New Jersey, 1999.
- HULL, J. - Options, Futures, and Other Derivatives. Prentice Hall (9th Edition) 2014.

#### **Equações Diferenciais Parciais em Finanças**

Introdução à Teoria da Medida: Elementos básicos de teoria da medida: Motivações e desenvolvimento da integral de Lebesgue, Funções mensuráveis, medidas, a integral de Lebesgue. (Capítulos 1 a 5 do livro Bartle).

EDP: Introdução aos aspectos mais relevantes das equações diferenciais parciais. Noções gerais de EDPs (linear, não linear, ordem, etc.). Classificação para uma equação com duas variáveis. Separação de variáveis. Introdução às series de Fourier. Solução da equação do calor. Introdução à transformada de Fourier na reta. Solução da equação de Black-Scholes através de mudança de variáveis. Solução fundamental, princípio do máximo, problemas com condições de fronteira.

### Referências:

- BARTLE, R. - The Elements of Integration and Lebesgue Measure. Wiley 1995.
- IÓRIO JÚNIOR, R. J.; IÓRIO, V. M. - Fourier Analysis and Partial Differential Equations. Cambridge University Press, New York, 2001.

### Cálculo Estocástico

Martingal em tempo discreto. Movimento Browniano. Martingal em tempo contínuo. Integral de Itô. Fórmula de Itô. Equações Diferenciais Estocásticas. Representação de martingais. Mudança de medida. Teorema de Girsanov. Fórmula de Feynman-Kac.

### Referências:

- STEELE, J.M. - Stochastic Calculus and Financial Applications. Springer.
- SHREVE, S. - Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models. Springer Finance, 2005.

### Métodos Matemáticos em Finanças II

Modelos a tempo contínuo. Medida neutra ao risco. Teoremas Fundamentais de Apreçamento de Ativos. Apreçamento de Derivativos. Ativos que pagam dividendos. Futuros e Forwards. Equações Diferenciais Parciais em Finanças. Opções Exóticas: opções com barreira, opções lookback, opções asiáticas. Introdução ao Cálculo Funcional de Itô. Opções com tempo de exercício ótimo. Tempos de parada e cálculo de opções americanas. Mudança de numerário. Introdução aos modelos com saltos.

### Referências:

- SHREVE, S. - Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models. Springer Finance, 2005.
- ETHERIDGE, A. - A Course in Financial Calculus. Cambridge, 2002.
- BJÖRK, T. Arbitrage Theory in Continuous Time. Oxford Finance, 2009.

### Métodos Computacionais em Finanças

Álgebra Linear: Fundamentos de análise de erros em cálculo numérico. Interpolação e aproximação. Métodos diretos e iterativos para resolver sistemas lineares. Soluções de equações em uma variável (bisseção, secante, Newton). Integração numérica.

Otimização: Programação Linear, Quadrática e Dinâmica. Método do simplex para Programação Linear. Dualidade e condições de otimalidade. Introdução à otimização convexa e quadrática.

EDPs Numéricas: Operadores de diferença e diferenças finitas. Solução de EDOs. Introdução às equações diferenciais parabólicas. Solução numérica da equação do calor e de Black-Scholes. Métodos explícitos, implícitos e Crank-Nicolson. Estabilidade. Malha não-uniforme. Solução numérica da EDP de Heston (duas dimensões). Método Implícito com Direções Alternadas. Introdução à Elementos Finitos.

Simulação: Árvore Binomial. Discretização de Equações Diferenciais Estocásticas. Simulações de Monte Carlo. Métodos de redução de variância. Método de Longstaff-Schwartz.

### Referências:

- HANSLEMAN, D. E LITTLEFIELD, B. - Mastering MATLAB 5, Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- BURDEN, R.L., FAIRES, J.D. - Numerical Analysis. 7a ed. PWS Publishers, 2001.
- BONNANS, G. L. e SAGASTIZ-ABAL, C. - Numerical Optimization. Theoretical and Practical Aspects, Springer-Verlag, Berlin, 2002.

### Renda Fixa e Risco

Parte 1 (Risco): A busca por distribuições invariantes nos mercados. Cópulas. Projeções de invariantes nos horizontes de mercado. Análise quantitativa dos objetivos do investidor. Dominância estocástica. Índices de satisfação. Utilidade esperada. Medidas de Risco. VaR. cVaR. Medidas Coerentes de Risco. Medidas Espectrais. Metodologia de Black-Litterman.

Parte 2 (Renda Fixa): Bonds e instrumentos de "money market". Preços e taxas de títulos. Teoria clássica e propriedades empíricas de estruturas a termo. Obtenção de estruturas a termo. "Hedge" de risco de taxas de juros com "duration". "Hedge" generalizado. Gerenciamento passivo de carteiras de renda fixa. Gerenciamento ativo de carteiras de renda fixa. Medidas de Performance. Swaps. Futuros e Forwards. "Value at Risk". Volatilidade e Correlação. Risco de crédito.

#### **Referências:**

- JOHN, C. H. - Options, Futures and other Derivative Securities.. Prentice Hall; 6 edition, 2005.
- JORION, P. - Value at Risk. Irwin, 1997.
- MARTELLINI, L., PRIAULET, P., PRIAULET, S. - Fixed-income securities: valuation, risk management, and portfolio strategies. Chichester, England ; Hoboken, N.J. : Wiley, 2003.
- MEUCCI, A. - Risk and Asset Allocation. Springer, 2005.

#### **Commodities, Futuros e Derivativos**

Conceitos básicos de commodities. Contango e Backwardation. Retorno de conveniência. Modelos de dois fatores. Modelo HJM. Introdução às Opções Reais. Tópicos adicionais a critério do instrutor.

#### **Referências:**

- GEMAN, H. - Commodities and Commodity Derivatives. Wiley Finance, 2005.

#### **Tópicos Avançados em Finanças**

Volatilidade implícita. Existência, unicidade e propriedades. Comportamento assintótico. Volatilidade Local. Volatilidade Estocástica. O modelo de Heston. Calibragem de modelos. Tópicos adicionais a critério do instrutor.

#### **Referências:**

- GATHERAL, J. - The Volatility Surface. Wiley, 2006.
- MUSIELA, M., RUTKOWSKI, M. - Martingale Methods in Financial Modelling. Springer, 1998.
- FOUQUE, J.-P., PAPANICOLAOU, G., SIRCAR, R. e S\_LNA, K. – Multiscale Stochastic Volatility For Equity, Interest Rate, and Credit Derivatives. Cambridge, 2013.

#### **Projeto Final**

Essa matéria reserva um horário para o aluno se encontrar com seu(s) orientador(es) para o desenvolvimento do PFC.

#### **Seminários Obrigatórios**

Serão oferecidos seminários por pesquisadores da área de Finanças Quantitativas e por profissionais do Mercado Financeiro.

*Nota: Todas as disciplinas (exceto Tópicos de Análise) devem ser acompanhadas por um monitor que desenvolverá programação em MATLAB ou Python de todos os tópicos.*



## QUADRO DE DISCIPLINAS

	1º ano	2º ano	
Verão	Elementos de Análise Real	Cálculo Estocástico	-
Março - Maio	Álgebra Linear e Otimização	Métodos Matemáticos em Finanças II	Seminários e encontros com orientador
	Finanças Quantitativas	Métodos Computacionais em Finanças	
Junho - Agosto	Probabilidade e Processos Estocásticos	Renda Fixa e Risco	
	Estatística e Econometria	Commodities, Futuros e Derivativos	
Setembro - Novembro	Métodos Matemáticos em Finanças I	Tópicos Avançados em Finanças	
	EDP em Finanças	Projeto Final	

### Contato

Divisão de Ensino  
 Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA  
 Estrada Dona Castorina, 110 2º andar, sala 211  
 Jardim Botânico. Rio de Janeiro, RJ CEP: 22460-320  
 Tel.: (0xx) 21 2529 5011 / 5016 / 5274  
 E-mail : ensino@impa.br