

### Problemas do primeiro grau

1) O professor Florêncio pediu a um dos seus alunos:

Pense em um número natural e faça as seguintes operações sucessivas:

- Multiplique por 3,
- Some 13,
- Divida por 2,
- Subtraia 2,
- Multiplique por 4,
- Calcule 40%.

Só isto. Quanto deu?

a) O aluno respondeu: Deu 48 e Florêncio rapidamente disse o número que o aluno tinha pensado.

Qual foi o número que o aluno pensou?

b) O aluno respondeu: Deu um resultado 6 vezes maior que que o número que pensei; e Florêncio demorou só mais um pouquinho para dizer o número que o aluno tinha pensado.

Qual foi o número que o aluno pensou?

2) Dois barcos partem num mesmo instante de lados opostos de um rio de margens paralelas. Viajam, cada qual, perpendicularmente às margens com velocidades constantes (mas diferentes). Eles se cruzam num ponto situado a 720 metros da margem mais próxima; completada a travessia cada barco fica parado no respectivo cais por 10 minutos e, na volta, eles se cruzam a 400 metros da outra margem.

Qual é a largura do rio?

3) Três piratas náufragos chegam a uma praia deserta trazendo o saco de moedas do capitão que, infelizmente, não sobreviveu ao naufrágio. Como já era tarde, decidiram dividir o que havia no saco na manhã seguinte, mas ... Durante a noite, um deles acordou e achou melhor separar logo a sua parte. Retirou as moedas do saco, fez três montes iguais, mas sobrou uma moeda, que jogou no mar para dar sorte (e isto é um hábito comum até hoje). Ele escondeu um dos três montes, guardou as moedas restantes no saco e voltou a dormir. Algum tempo depois, o segundo pirata acorda e tem a mesma ideia. Retira as moedas do saco, divide em três montes iguais mas sobra uma moeda, que joga ao mar para dar sorte. Ele guarda um dos montes, retorna as moedas restantes para o saco e adormece novamente. Logo em seguida, o terceiro pirata acorda, tem a mesma ideia e repete exatamente o mesmo procedimento. No dia seguinte eles acordam, reparam que o saco está mais leve mas ninguém diz nada. Abrem o saco, dividem as moedas igualmente entre si e, desta vez, a divisão deu certo.

a) Qual é o número mínimo de moedas que poderia haver no saco?

b) É possível que o saco tivesse 106 moedas? Neste caso, quanto cada pirata levou?

Obs: Para responder você terá que fazer algumas tentativas no final da solução. A solução geral, ou seja, quais são os números possíveis de moedas que podem haver no saco só poderá ser feita após a segunda aula de Aritmética.

## Soluções

1)

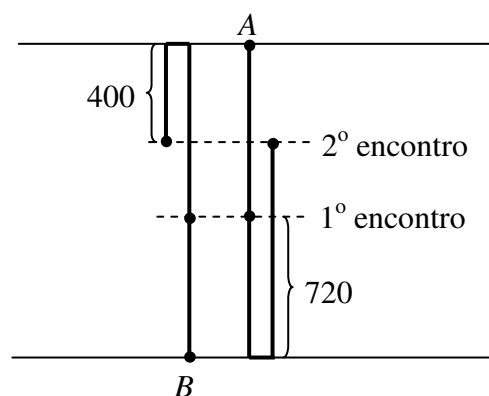
Solução 1. Se  $n$  é o número pensado, as operações sucessivas conduzem à equação

$$\left(\frac{3n+13}{2}-2\right) \cdot 4 \cdot \frac{4}{10} = 48 \text{ que resolvida dá } n = 17.$$

Solução 2. Podemos desfazer as operações fazendo as contas de trás para frente:

$$48 \div 0,4 = 120 \rightarrow 120 \div 4 = 30 \rightarrow 30 + 2 = 32 \rightarrow 32 \cdot 2 = 64 \rightarrow 64 - 13 = 51 \rightarrow 51 \div 3 = 17.$$

2)



Seja  $L$  a largura do rio e  $A$  o barco mais rápido. Suas velocidades são  $v_A$  e  $v_B$ .

O tempo decorrido da partida ao primeiro encontro é o mesmo para os dois barcos:

$$\frac{720}{v_B} = \frac{L-720}{v_A} \quad (1)$$

O tempo decorrido do primeiro ao segundo encontro também é o mesmo para os dois barcos:

$$\frac{720}{v_A} + 10 + \frac{L-400}{v_A} = \frac{L-720}{v_B} + 10 + \frac{400}{v_B}, \quad \text{ou seja,}$$

$$\frac{L+320}{v_A} = \frac{L-320}{v_B} \quad (2)$$

Multiplicando membro a membro as equações (1) e (2), temos:

$$720(L+320) = (L-720)(L-320), \text{ o que dá } L = 1760\text{m.}$$

3) Há  $n$  moedas no saco.

1º pirata: após sua retirada, deixou no saco  $(n-1)\frac{2}{3} = \frac{2n}{3} - \frac{2}{3}$  moedas.

2º pirata: após sua retirada, deixou no saco  $\left(\frac{2n}{3} - \frac{2}{3} - 1\right)\frac{2}{3} = \frac{4n}{9} - \frac{10}{9}$  moedas.

3º pirata: após sua retirada, deixou no saco  $\left(\frac{4n}{9} - \frac{10}{9} - 1\right)\frac{2}{3} = \frac{8n}{27} - \frac{38}{27}$  moedas.

No dia seguinte, este número de moedas pode ser dividido por 3. Logo,

$$\frac{8n}{27} - \frac{38}{27} = 3k, \text{ (} k \text{ inteiro positivo).}$$

Assim,  $n$  e  $k$  são as soluções inteiras positivas da equação  $8n - 81k = 38$ .

Todas as soluções desta equação serão examinadas na segunda aula de Aritmética. Entretanto, para tentar dar uma resposta ao problema vamos escrever:

$$n = \frac{81k + 38}{8}$$

e fazer algumas tentativas.

a) Para  $k = 1$ ,  $n$  não é inteiro.

Para  $k = 2$ , encontramos  $n = 25$  que é o menor número de moedas que poderia haver no saco.

b) Se o número de moedas fosse 106 teríamos:

O 1º pirata escondeu  $105 \cdot \frac{1}{3} = 35$  e deixou  $105 \cdot \frac{2}{3} = 70$

O 2º pirata escondeu  $69 \cdot \frac{1}{3} = 23$  e deixou  $69 \cdot \frac{2}{3} = 46$

O 3º pirata escondeu  $45 \cdot \frac{1}{3} = 15$  e deixou  $45 \cdot \frac{2}{3} = 30$ .

Na manhã seguinte, essas moedas foram igualmente repartidas e cada um levou 10.

Resumo, neste caso:

O primeiro pirata ficou com 45 moedas.

O segundo pirata ficou com 33 moedas.

O terceiro pirata ficou com 25 moedas.

Netuno ficou com as 3 moedas restantes.