

## Soluções para as Aulas do Elon

### Sistemas 3X3

1. Tomando  $x$  gramas da liga  $L_1$ ,  $y$  gramas de  $L_2$  e  $z$  gramas de  $L_3$ , teremos  $x + y + z = 100$ . Olhando para o conteúdo de cada uma dessas ligas, vemos o seguinte:

$x$  gramas de  $L_1$ :  $0,3x$  ouro +  $0,7x$  prata (pesos em gramas)

$y$  gramas de  $L_2$ :  $0,4y$  ouro +  $0,6y$  prata

$z$  gramas de  $L_3$ :  $0,8z$  ouro +  $0,2z$  prata

Como a nova liga deve ter a mesma quantidade de ouro e prata, podemos escrever que

$$0,3x + 0,4y + 0,8z = 0,7x + 0,6y + 0,2z,$$

$$\text{ou seja, } 3x + 4y + 8z = 7x + 6y + 2z, \text{ logo } 2x + y - 3z = 0$$

Isto nos leva ao sistema

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

Por eliminação, chegamos a

$$y = 75 - 5/4 x, z = 25 + x/4$$

Como  $y$  não pode ser negativo e  $x$  é o maior possível, deve ser  $x = 60$ , logo  $z = 40$  e  $y = 0$ .

Assim, para atender às condições estipuladas no problema, não podemos utilizar a liga  $L_2$ : tomamos  $60$  gramas de  $L_1$  e  $40$  gramas de  $L_3$ .

2. A primeira equação pode ser simplificada (dividindo por 2) e a terceira pode ser omitida pois é igual a 3 vezes a simplificada. Assim, basta considerar o sistema

$$\begin{array}{l} x - 3y + z = 2 \\ x + 2y + 5z = 4 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} -3y + z = 2 - x \\ 2y + 5z = 4 - x \end{array}$$

$$\text{Portanto } 17y = -6 + 4x \text{ e } 17z = 16 - 5x$$

Vemos assim que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são positivos se, e somente se,  $-6 + 4x$  e  $16 - 5x$  são ambos positivos, ou seja, se, e somente se,  $3/2 < x < 16/5$ . Assim, os pontos procurados são os da forma  $(x, 4x-6, -5x+16)$  onde  $x$  varia no intervalo aberto  $(3/2, 16/5)$ .