Matrizes e Determinantes

1. O primeiro sistema é indeterminado. De fato, as linhas da matriz aumentada são $u = (1, -2, 3, 5)$, $v= (1, -7, 14, 13)$ e $w = (2, 1, -5, 2)$, logo $w = 3u - v$. Assim, a terceira equação é combinação linear das outras duas, portanto pode ser descartada. Ficamos com o sistema

$$x - 2y + 3z = 5$$
$$x - 7y + 14z = 13$$

cujas soluções são os pontos (x, y, z) tais que $11x - 7y = 31$ e z é arbitrário. Noutras palavras, as soluções do sistema dado são os pontos (x, y, z) do plano vertical que corta o plano $z = 0$ segundo a reta $11x - 7y = 31$.

Já o segundo sistema é determinado. Usando escalonamento, obtemos sua única solução, que é o ponto (x, y, z) onde $x = 3$, $y = 2/7$ e $z = 1$. Este ponto pertence ao plano vertical $11x - 7y = 31$, logo este é o (único) plano vertical que responde a questão formulada.

2. Ao aplicar o processo de escalonamento, focalizamos apenas a matriz (quadrada $3x3$) do sistema. Em cada etapa do processo, uma linha é substituída por uma combinação linear não-trivial (pelo menos um coeficiente não-nulo, igual a 1) das três linhas. Como estas, por hipótese, são linearmente independentes, nunca essa combinação linear é igual a zero. Assim sendo, chega-se ao final com uma matriz triangular com os três elementos da diagonal não-nulos, o que nos fornece a solução (única) do sistema.