

Números Complexos — Soluções

1. Temos $(2 + i)(3 + i) = 5 + 5i$. Logo

$$\arg((2 + i)(3 + i)) = \arg(5 + 5i) = \arctan \frac{1}{1} = \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$$

Por outro lado,

$$\arg((2 + i)(3 + i)) = \arg(2 + i) + \arg(3 + i) = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3}$$

Analogamente,

$$\arg((9 + 5i)(7 + 2i)) = \arg(53 + 53i) = \arctan \frac{1}{1} = \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$$

e

$$\arg((9 + 5i)(7 + 2i)) = \arg(9 + 5i) + \arg(7 + 2i) = \arctan \frac{5}{9} + \arctan \frac{2}{7}$$

Exemplos de outras identidades como essas são:

$$\frac{\pi}{4} = \arctan \frac{1}{4} + \arctan \frac{3}{5}$$

$$\frac{\pi}{4} = \arctan \frac{1}{7} + \arctan \frac{3}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} = 2 \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7}$$

2. Temos

$$5 = 4 + 1 = 2^2 + 1 = 2^2 + 1^2 = |2 + i|^2$$

e

$$401 = 400 + 1 = 20^2 + 1 = 20^2 + 1^2 = |20 + i|^2$$

Portanto

$$2005 = 5 \cdot 401 = |2 + i|^2 \cdot |20 + i|^2 = |(2 + i)(20 + i)|^2 = |39 + 22i|^2 = 39^2 + 22^2.$$

Como $5 = |2 - i|^2$, temos também

$$2005 = 5 \cdot 401 = |2 - i|^2 \cdot |20 + i|^2 = |(2 - i)(20 + i)|^2 = |41 + 18i|^2 = 41^2 + 18^2.$$

3. Veja o volume 4.