

AVALIAÇÃO

Soluções

1)

a) Devem ser retiradas 7 bolas. Com 6 bolas, é possível que tenhamos duas de mesma cor, mas com 7 obrigatoriamente uma das cores terá pelo menos 3 bolas (se todas tivessem duas ou menos, o total de bolas seria no máximo 6).

b) Devem ser retiradas 19 bolas. Com 18 bolas é possível que sejam retiradas apenas bolas azuis ou vermelhas. Com 19 bolas é certo que todas as cores estejam presentes, já que, utilizando apenas duas cores, o número máximo de bolas que temos é 18.

c) Devem ser retiradas 15 bolas. Para que não ocorra soma 11, devemos evitar bolas de números complementares. Por exemplo, não devemos ter, simultaneamente, bolas com os números 1 e com o número 10. Para incluir o maior número possível de bolas, devemos incluir as 3 bolas com o número 1 e não incluir a única bola com o número 10. Assim, a maior coleção de bolas que conseguimos formar sem que tenhamos duas somando 11 é obtida tomando bolas de todas as cores com os números 1, 2, 3, 4 e bolas azuis e vermelhas com o número 5 (ou com o número 6), para um total de 14 bolas. Qualquer coleção com mais do que 14 bolas necessariamente incluirá duas bolas com números complementares.

2) Como $MA = MD$, o segmento MN é mediana no triângulo isósceles AMD e, conseqüentemente, é perpendicular a AD .

Analogamente, concluímos que MN é também perpendicular a BC .

Seja a , a aresta do tetraedro.

No triângulo retângulo ANM temos:

$$d^2 = AM^2 - AN^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

Assim, $a^2 = 2d^2$, ou seja, $a = d\sqrt{2}$. O volume do tetraedro é, portanto,

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{(d\sqrt{2})^3\sqrt{2}}{12} = \frac{d^3 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{d^3}{3}$$

**PAPMEM****Janeiro/2017**

3)

1970	1971	...	2000	2001	...	2020
a_1 ,	a_2 ,	...	a_{31} ,	a_{32} ,	...	a_{51}
90 milhões			180 milhões			?

$$180 = 90 \cdot q^{31-1} \Rightarrow 2 = q^{30} \Rightarrow q = \sqrt[30]{2}$$

$$a_{51} = 90(\sqrt[30]{2})^{51-1} = 90\sqrt[3]{2^5} = \mathbf{180\sqrt[3]{4}}$$

(aproximadamente 285 milhões de brasileiros)

4) Usando a taxa de 20% ao ano para a equivalência de capitais, o investimento de 100.000 equivale a $100.000 \times (1, 2)^2 = 144.000$ hoje. Se Wagner aceitar a proposta, receberá 75.000 hoje, restando um saldo de 69.000. Após mais um ano, este saldo será equivalente a $69.000 \times 1, 2 = 82.800$, sendo que Wagner receberia apenas 75.000. Logo ele não atingiria sua meta de retorno.