

## Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

PAPMEM Janeiro 2013

Geometria Analítica Plana  
Professor Elon Lima

### Soluções

- Subconjuntos que cumprem as condições:
  - Quadrado cujos quatro vértices são  $(\pm 1, \pm 1)$ .
  - Quadrado de centro no ponto  $(a, b)$  e lados paralelos aos eixos, de comprimento  $2r$ .
  - Interior mais lados do ângulo reto de vértice no ponto  $(a, b)$ , lados paralelos aos eixos e abertura voltada para cima e para a direita.
  - Semi-plano superior limitado pela reta de inclinação 1, que passa pelos pontos  $(0, 1)$  e  $(-1, 0)$ .
  - Semi-plano inferior limitado pela reta que liga os pontos  $(0, 1)$  e  $(1, 0)$ .
  - Superfície do quadrado cujas diagonais estão sobre os eixos e têm comprimento 2.
- O ponto procurado tem coordenadas iguais e está sobre a reta de inclinação  $-1$  que passa pelo ponto  $(a, b)$ . A equação dessa reta é  $y = -x + a + b$ , logo  $x = -x + a + b$  e  $x = \frac{a+b}{2}$ . O ponto é  $(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2})$ .
- A condição  $x^2 - y^2 + 2x = -1$  equivale a  $y^2 = (x + 1)^2$ , ou  $y = \pm(x + 1)$ . Assim o conjunto procurado é formado pelo par de retas perpendiculares  $y = x + 1$  e  $y = -x - 1$ , que se cortam no ponto  $(-1, 0)$ .