



instituto nacional de
matemática
pura e aplicada

Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação



PAPMEM – Janeiro/2014

Contagem

Professor Paulo Cezar Carvalho

Soluções

1.

As letras a, b, c formam $3! = 6$ palavras, das quais apenas uma está na ordem desejada. As seis letras a, b, c, d, e, f formam $6! = 720$ palavras, das quais interessa a sexta parte, que assim perfazem $720/6 = 120$.

2.

Vamos denotar as 5 regiões da figura dada pelas letras A, B, C, D e E, conforme a figura abaixo. Um modo de contar as possibilidades de colorir a figura, respeitando as condições exigidas, é escolher em primeiro lugar a cor da região A e, usando o Princípio Aditivo, separar em dois casos:

1º caso: as cores das regiões B e C são diferentes. Neste caso, temos 4 cores para colorir a região A, 3 cores para a região B, 2 para colorir C e, finalmente, colorimos as regiões D e E com a quarta cor. Pelo Princípio Multiplicativo, neste caso, podemos colorir a figura de $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$ maneiras diferentes.

2º caso: as cores das regiões B e C são iguais. Neste caso, temos 4 cores para colorir a região A, 3 para a região B, que será a mesma para a região C, 2 cores para colorir a região D e, finalmente, 2 para a região E. Pelo Princípio Multiplicativo, neste caso, podemos colorir a figura de $4 \times 3 \times 1 \times 2 \times 2 = 48$ maneiras diferentes.

Assim, pelo Princípio Aditivo, temos $24 + 48 = 72$ maneiras distintas de colorir a figura dada, nas condições exigidas pelo enunciado.

3.

Sabendo que a senha é formada por 4 algarismos distintos, cujo primeiro dígito é 5 e o último é 3; do total de 10 algarismos restam 8 possibilidades de escolha para o segundo dígito e 7 possibilidade de escolha para o terceiro dígito. Assim, temos $8 \times 7 = 56$ combinações possíveis. Como não é necessário aguardar dois minutos para a primeira tentativa, mas temos que aguardar um intervalo de tempo de 2 minutos para as demais tentativas o tempo necessário levará para ativar o alarme será de $2 \times (56 - 1) = 110$ minutos, ou seja, 1 hora e 50 minutos.