# Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

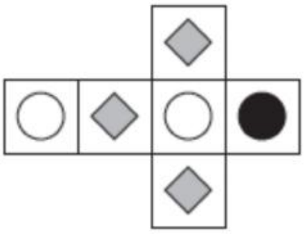
**PAPMEM – Julho 2013**

**Probabilidade**
**Professor Paulo Cezar Carvalho**

**Exercícios**

1. (OBMEP – 2013)

Um dado foi construído usando a planificação da figura. Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?



A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{11}{18}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{5}{6}$

E) $\frac{31}{36}$

2. (OBMEP-2012)
Pedro vai participar de um programa de prêmios em que há uma urna contendo quatro bolas com valores diferentes e desconhecidos por ele, que serão sorteadas uma a uma até que ele decida ficar com uma delas. Ele observa o valor das duas primeiras bolas sorteadas e as descarta. Se o valor da terceira bola sorteada for maior que o das duas primeiras, ele ficará com ela e, caso contrário, ficará com a bola que restou. Qual é a probabilidade de Pedro ficar com a bola de maior valor?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{3}{8}$

D) $\frac{5}{12}$

E) $\frac{1}{2}$

3. (OBMEP-2012)
Em uma caixa há 9 bolas amarelas numeradas de 1 a 9 e, em uma segunda caixa, há 9 bolas brancas, também numeradas de 1 a 9. Todas as bolas são idênticas, exceto por sua cor e seu número. Uma bola amarela é sorteada e colocada na segunda caixa; a seguir, uma bola é sorteada da segunda caixa.
a) Qual é a probabilidade de que a bola sorteada da segunda caixa seja amarela?
b) Qual é a probabilidade de que as duas bolas sorteadas tenham o mesmo número?
c) Qual é a probabilidade de que a bola sorteada da segunda caixa tenha o número 1?

# Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

## PAPMEM – Julho 2013

### Probabilidade
### Professor Paulo Cezar Carvalho

### Soluções

1. Há 6 x 6 = 36 casos possíveis. Os casos favoráveis a duas faces iguais 2 x 2 + 3 x 3 + 1 x 1 = 14. Logo, os casos em que ocorrem duas faces diferentes são 36 – 14 = 22 e, portanto, a probabilidade pedida é 22/36 = 11/18.

2.

Numeramos as quatro bolinhas de 1 a 4, do menor para o maior valor. Há $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ordens possíveis para a retirada das bolinhas, todas igualmente prováveis. Dessas retiradas, Pedro fica com o prêmio de maior valor nos seguintes casos:

1. a bolinha 4 sai na 3ª retirada; neste caso, seu número é necessariamente maior que os das duas primeiras;
2. a bolinha 4 sai na 4ª retirada, desde que a bolinha 3 saia em uma das duas primeiras retiradas (caso contrário, ou seja, se ela sair na 3ª retirada, Pedro ficará com ela, por seu número ser maior que o das duas primeiras).

O número de possibilidades para o primeiro caso é $3 \times 2 \times 1 = 6$. Para o segundo caso, há 2 possibilidades para a posição em que sai a bolinha 3 (1ª ou 2ª), 2 possibilidade para a bolinha que sai na 3ª posição e 1 possibilidade para a bolinha que sai na 4ª retirada, num total de $2 \times 2 \times 1 = 4$ possibilidades. Logo, o número de casos favoráveis é $6 + 4 = 10$ e a probabilidade de que Pedro tire o prêmio de maior valor é $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

3.

a) Ao se sortear uma bola da 2ª caixa, há 10 bolas idênticas, uma das quais é amarela. Logo, a probabilidade de que a segunda bola retirada seja amarela é $\frac{1}{10}$.

b) Ao se sortear uma bola da 2ª caixa, há duas bolas com o mesmo número da primeira bola sorteada (uma amarela e uma branca). A probabilidade de que uma delas seja a 2ª bola sorteada é $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

*c) 1ª solução:* A primeira bola pode ser sorteada de 9 maneiras e a segunda de 10. O número total de possibilidades para o sorteio das duas bolas é, portanto, $9 \times 10 = 90$. Para contar quantos são os sorteios em que a segunda bola tem o número 1, consideraremos dois casos:

- *A bola sorteada da 1ª caixa tem o número 1.* Neste caso, há apenas uma possibilidade para o sorteio da 1ª bola, mas duas para o sorteio da 2ª (já que há duas bolas com o número 1 na segunda caixa quando ela é sorteada). Logo, há $1 \times 2 = 2$ formas de se obter 1 na 2ª bola.
- *A bola sorteada da 1ª caixa tem o número diferente de 1.* Neste caso, há 8 possibilidades para o sorteio da 1ª bola, e apenas uma para o sorteio da 2ª (já que há somente uma bola com o número 1 na segunda caixa quando ela é sorteada). Logo, há $8 \times 1 = 8$ formas de se obter 1 na 2ª bola

A probabilidade de que a segunda bola tenha o número 1 é, portanto,

$$\frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{2+8}{90} = \frac{1}{9}$$

*2ª solução:* As bolas de 1 a 9 figuram em igual quantidade em ambas as caixas. Logo, mesmo depois de passada uma bola da 1ª para a 2ª, todos os números continuam tendo a mesma chance de serem sorteados. Portanto, a probabilidade de que a segunda bola seja a bola de número 1 é $\frac{1}{9}$.