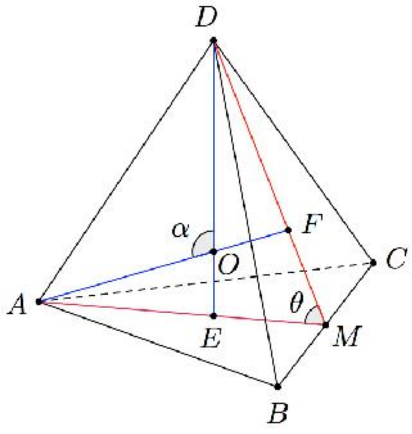
Poliedros regulares – 1
Professor Eduardo Wagner
Soluções



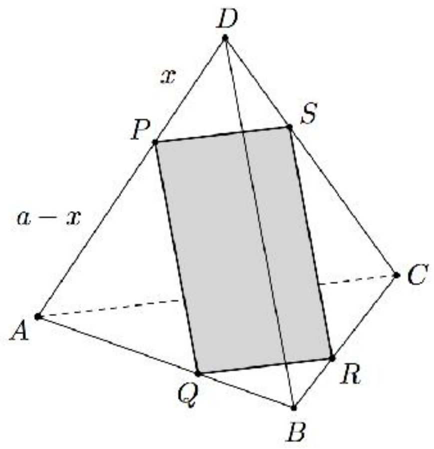
1) Na figura, os pontos *E* e *F* são os centros das faces *ABC* e *DBC*, respectivamente. As alturas *DE* e *AF* cortam-se em *O*, centro do tetraedro *ABCD*.
Sejam $A\hat{O}D = \sim$ (o ângulo procurado) e $A\hat{M}D = ^{-}$ o ângulo entre duas faces do tetraedro.

No quadrilátero *OEMF*, como os ângulos em *E* e *F* são retos então $\sim + ^{-} = 180^{o}$. Assim, como $\cos ^{-} = \frac{1}{3}$ temos

$\cos \sim = -\frac{1}{3}$.

Uma calculadora fornece um valor bem aproximado em graus para esse ângulo.

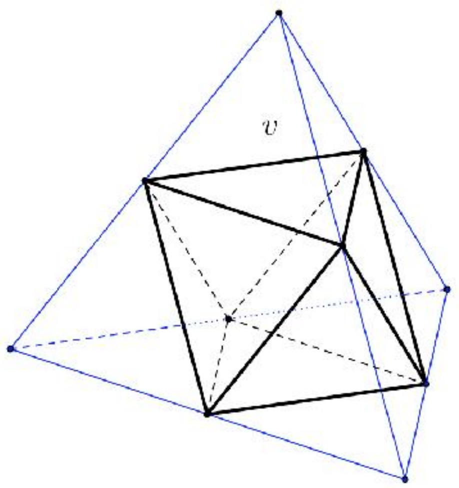
2a) A seção é o triângulo equilátero *PQR* de lado *x*.
Seu perímetro é 3*x* e sua área é $\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$.



2b) A seção é o paralelogramo *PQRS* da figura ao lado. Entretanto como as arestas opostas *AC* e *BD* do tetraedro são ortogonais, concluímos que *PQRS* é um retângulo. Como $PS = PD = x$ e $PQ = PA = a - x$ temos que o perímetro do retângulo *PQRS* é $2(x + a - x) = 2a$, constante, portanto, independente da posição do ponto *P*.

A área o retângulo *PQRS* é $x(a - x)$ que é máxima quando

$x = \frac{a}{2}$.



3)
a) O poliedro *P* é um octaedro regular.

b) O tetraedro *T* está dividido em cinco partes: um octaedro regular e quatro tetraedros regulares pequenos.

Sendo V o volume do tetraedro T, o volume de cada tetraedro pequeno é $v = \frac{V}{8}$. Assim, o volume do octaedro P é:

$$V_P = V - 4 \cdot \frac{V}{8} = \frac{V}{2}$$