

## Recorrência

PROF.LUCIANO MONTEIRO DE CASTRO

1. De quantas maneiras podemos cobrir um retângulo  $2 \times n$  com peças  $1 \times 2$  ou  $2 \times 2$ ?
2. Encontre o número de permutações  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$  de  $(1, 2, \dots, n)$  tais que  $|p_k - k| \leq 1$  para todo  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ .
3. Seja  $r(n)$  o número de maneiras de se escrever um inteiro positivo  $n$  na forma  $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$ , onde  $m_1, m_2, \dots, m_k$  e  $k$  são inteiros positivos arbitrários. Mostre que  $r(n) = 1 + r(1) + r(2) + \dots + r(n - 1)$  para  $n \geq 2$ . Deduza que  $r(n) = 2r(n - 1)$  para  $n \geq 2$ . Conclua que  $r(n) = 2^{n-1}$  para todo inteiro positivo  $n$ . Você consegue apresentar uma demonstração direta deste fato?