

Princípio das Gavetas

Professor Paulo Cezar Carvalho

1. Uma prova de concurso é formada por questões de múltipla escolha, com 4 alternativas por questão. Admita que nenhum candidato deixe questões sem responder.
 - (a) Qual é o número mínimo de candidatos para que seja possível garantir que pelo menos 3 deles darão exatamente as mesmas respostas nas 5 primeiras questões?
 - (b) Qual é o valor máximo de n para o qual é possível garantir que, em um concurso com 1000 candidatos, pelo menos 2 darão as mesmas respostas nas primeiras n questões?

2. Em uma caixa foram colocados um cartão no qual está escrito o número 1, dois cartões nos quais está escrito o número 2, três cartões com o número 3 e assim por diante, até dez cartões com o número 10.
 - (a) Qual é o número mínimo de cartões que devem ser retirados da caixa, sem olhar, de modo que se tenha certeza de que haja, entre os cartões retirados, 5 deles com o mesmo número?
 - (b) Qual é o número mínimo de cartões que devem ser retirados da caixa, sem olhar, de modo que se tenha certeza de que haja, entre os cartões retirados, pelo menos um par de cartões com diferença maior do que 5?

3. Em uma reunião há 26 pessoas, com idades variando entre 16 e 65 anos.
 - a) Mostre que há na reunião pelo menos um par de pessoas cujas datas de nascimento estejam espaçadas por menos de 2 anos.
 - b) Existe um mês do ano em que pelo menos k pessoas dentre as presentes na reunião fazem aniversário. Qual é o maior valor de k para o qual esta sentença é necessariamente verdadeira?
 - c) Considere a afirmação: Existe um mês em que pelo menos quatro pessoas do mesmo sexo dentre as presentes na reunião fazem aniversário. Quantas pessoas a mais, no mínimo, devem chegar à reunião para que se tenha certeza de que esta afirmativa seja verdadeira?