

PAPMEM

11 a 15 de julho de 2011

Nome: GABARITO (opcional)

| Pontuação | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|
| Questão 1 | Questão 2 | Questão 3 | Questão 4 | Total |
| | | | | |

Cada questão será pontuada com uma nota de 0 a 4.

1) Tenho 7 CDs de MPB, 5 de rock e 3 de música clássica. De quantos modos posso escolher 4 CDs para levar em uma viagem, de modo que eu leve pelo menos um CD de cada tipo de música?

Tenho que escolher 2 CDs de um dos tipos de música e 1 de cada um dos ~~tipos~~ demais.

$$2 \text{ de MPB} : C_7^2 \times 5 \times 3 = 315$$

$$2 \text{ de Rock} : C_5^2 \times 7 \times 3 = 210$$

$$2 \text{ de música clássica} : C_3^2 \times 7 \times 5 = 105$$

$$\left. \begin{array}{l} 315 + \\ 210 + 105 = \\ 630 \end{array} \right\} \text{Total}$$

Atenção para a solução ERRADA: $7 \times 5 \times 3 \times 12$

2) Qual o menor valor de $x + \frac{1}{x}$ quando x varia entre todos os números reais positivos? (Justifique sua resposta)

$$x + \frac{1}{x} = m > 0$$

$$x^2 - mx + 1 = 0$$

$$x \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta \geq 0$$

$$m^2 - 4 \geq 0$$

$$m^2 \geq 4$$

$$m \geq 2$$

\therefore O valor mínimo de m é 2. Ocorre quando $x = 1$.

3) Um certo número de meninos e meninas aguardam pelo ônibus. No primeiro ônibus que passa no ponto em que se encontram, embarcam somente 15 meninas e ficam dois meninos para cada menina no ponto de ônibus. No segundo ônibus que passa, embarcam somente 45 meninos e ficam cinco meninas para cada menino no ponto de ônibus. Determine o número de meninos e meninas que estavam no ponto antes de passar o primeiro ônibus.

$$x = n^{\circ} \text{ de meninos}$$

$$y = \text{ " " meninas}$$

$$\begin{cases} x = 2(y - 15) \\ y - 15 = 5(x - 45) \end{cases}$$

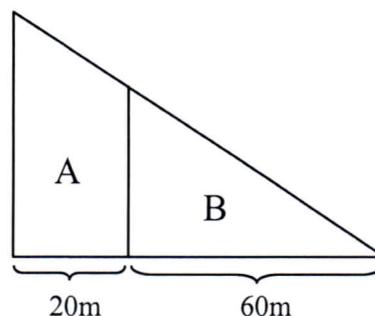
Resolvendo o sistema, obtém-se

$$x = 50 \text{ meninos}$$

$$y = 40 \text{ meninas}$$

4) Em certo condomínio o valor de cada terreno é proporcional à sua área (não depende, portanto, da sua forma). Um terreno com a forma de um triângulo retângulo foi dividido em dois outros, A e B, por uma cerca paralela a um dos lados como mostra a figura ao lado.

Se o preço do terreno A é R\$ 30.000,00 qual é o preço do terreno B?



A razão de semelhança dos dois triângulos é $\frac{60}{80} = \frac{3}{4}$

A razão das áreas é:

$$\frac{B}{A+B} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow 7B = 9A \rightarrow \frac{B}{A} = \frac{9}{7}$$

$$\begin{array}{l} 16B = 9(A+B) \\ 7B = 9A \end{array} \quad \left| \quad \frac{B}{30.000} = \frac{9}{7} \quad B = \frac{270.000}{7} \approx 38.571 \right.$$