

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio

Matrizes

1. Um número λ chama-se autovalor da matriz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ quando é raiz da equação do 2º grau $\det \begin{bmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{bmatrix} = 0$.

Prove que se a matriz simétrica $\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$ admite o autovalor λ então λ é um número real.

2. Use a matriz de Gram para obter uma expressão para a área do triângulo cujos lados medem a, b e c .

Considere, em seguida, o caso particular em que $a = b = c$.

3. Uma matriz quadrada $m = [a_{ij}]$ chama-se anti-simétrica quando $a_{ij} = -a_{ji}$ para todo i e todo j . Mostre que o determinante de uma matriz anti-simétrica 3×3 é igual a zero. Vale o mesmo para matrizes 2×2 ?

4. O posto de uma matriz é o número máximo de linhas que são linearmente independentes. Dê exemplos de matrizes 3×3 com posto 0, posto 1, posto 2 e posto 3.

Determine o posto da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$