

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

PAPMEM - Janeiro de 2012

Conjuntos e Números Naturais

Soluções

- 1. Tome

$$X_1 = A - (B \cup C)$$

$$X_2 = B - (A \cup C)$$

$$X_3 = C - (A \cup B)$$

$$X_4 = (A \cup B) - C$$

$$X_5 = (A \cup C) - B$$

$$X_6 = (B \cup C) - A$$

$$X_7 = A \cap B \cap C$$

- 2. Óbvio para $n = 1$. Supondo a igualdade válida para n , temos

$$(1 + 2 + \dots + n + 1)^2 =$$

$$= [(1 + 2 + \dots + n) + (n + 1)]^2 =$$

$$= (1 + 2 + \dots + n)^2 + 2(1 + \dots + n)(n + 1) + (n + 1)^2 =$$

$$= 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + n(n + 1)^2 + (n + 1)^2 =$$

$$= 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 + (n + 1)^3.$$

- 3. Claro se $n = 1$. Supondo válido para n , seja X um conjunto com $n + 1$ elementos:

$$X = \{x_1, \dots, x_n, x_{n+1}\}.$$

Há 2^n subconjuntos de X que não contêm x_{n+1} e 2^n que contêm x_{n+1} .

Logo o número de subconjuntos de X é

$$2^n + 2^n = 2^{n+1}.$$