

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

PAPMEM - Janeiro 2012

Conjuntos e Números Naturais

Exercícios

- 1. Mostre que a reunião $A \cup B \cup C$ de três conjuntos pode ser expressa como

$$A \cup B \cup C = X_1 \cup X_2 \cup X_3 \cup X_4 \cup X_5 \cup X_6 \cup X_7$$

de sete conjuntos dois a dois disjuntos (alguns dos quais podem ser vazios). Exprima cada um dos X_i em termos dos conjuntos A, B, C e das operações do tipo $X \cup Y, X \cap Y, X - Y$, onde $X - Y = \{x; x \in X \text{ e } x \notin Y\}$.

- 2. Use indução para provar que

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2.$$

- 3. Prove por indução, que um conjunto com n elementos possui 2^n subconjuntos.