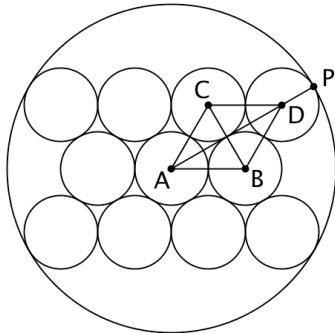


Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
PAPMEM - Julho 2013
Avaliação

1)



a) Os triângulos ABC e BCD são equiláteros com lado 2. O segmento AD é igual ao dobro da altura de um desses triângulos,

ou seja, $AD = 2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

O raio da circunferência circunscrita é $OP = 2\sqrt{3} + 1$.

b) Como $\sqrt{3} < 1,74$ então $< 4,48 < 4,5$

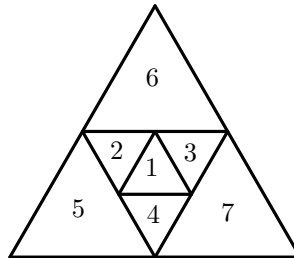
2) O número de trabalhadores (t) é diretamente proporcional à área plantada (a) e inversamente proporcional ao número de dias de trabalho (d) e ao número de horas trabalhadas por dia (h).

Logo, $t = c \frac{a}{d \cdot h}$. No ano anterior, temos $12 = c \frac{120}{7 \cdot 6}$ e, daí, $c = \frac{7 \cdot 6 \cdot 12}{120}$. Portanto, o número de trabalhadores necessários para a safra deste ano é:

$$t = \frac{7 \cdot 6 \cdot 12}{120} \cdot \frac{180}{5 \cdot 8} = 18,9.$$

Logo, serão necessários 19 trabalhadores, o que significa que 7 a mais devem ser contratados.

3) (a) Numere os triângulos de acordo com a figura a seguir:



Consideramos dois casos:

- i. São utilizadas 3 cores no total. Neste caso, a cor do triângulo central (1) deve ser diferente das cores dos demais, logo os triângulos 2, 3, e 4 devem ser pintados com uma segunda cor e os triângulos 5, 6 e 7 com a outra cor. Há 5 possibilidades para a cor do 1, e após escolhê-la há 4 possibilidades para a cor de 2, 3 e 4, e feitas estas duas escolhas sobram 3 possibilidades para a cor de 5, 6 e 7. Pelo princípio multiplicativo, há $5 \times 4 \times 3 = 60$ maneiras de se pintar o logotipo neste caso.
- ii. São utilizadas 2 cores no total. Neste caso, as cores de 2, 3 e 4 devem ser diferente da cor de 1, logo esses três devem ter a mesma cor, que deve ser diferente das cores de 5, 6 e 7, logo esses três devem ter a mesma cor de 1. Há 5 possibilidades para a cor de 2, 3 e 4 e, escolhida esta, sobram 4 possibilidades para a cor de 1, 5, 6 e 7. Logo há um total de $5 \times 4 = 20$ maneiras de se pintar o logotipo neste caso.

Assim, o número total de maneiras é $60 + 20 = 80$.

- (b) Há 6 dias de exposição por semana. Dividindo 80 por 6, obtemos quociente 13 e resto 2, o que significa que haverá 6 semanas completas e mais dois dias de exposição. Como se começou em uma segunda-feira, o último dia de exposição será o segundo dia da 14^a semana, uma terça-feira.

4) Este problema pode ser resolvido de trás para frente.

	Filho A	Filho B	Filho C
Inicial	260	140	80
Depois de A haver dado	40	280	160
Depois de B haver dado	80	80	320
Final	160	160	160

O legado inicial de A, B e C foram, respectivamente, de 260 mil, 140 mil e 80 mil.

Também se poderia montar um sistema de equações:

	Filho A	Filho B	Filho C
Inicial	x	y	z
Depois de A haver dado	$x - y - z$	$2y$	$2z$
Depois de B haver dado	$2x - 2y - 2z$	$-x + 3y - z$	$4z$
Final	$4x - 4y - 4z$	$-2x + 6y - 2z$	$-x - y + 7z$

$$\begin{cases} 4x - 4y - 4z = 160 \\ -2x + 6y - 2z = 160 \\ -x - y + 7z = 160 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtém-se $x = 260$, $y = 140$ e $z = 80$.