Vetores Aula 1
Prof. Eduardo Wagner
Soluções

1) Utilizando um sistema de coordenadas consideremos $A=(0,\ 0)$, $B=(8,\ 0)$ e $D=(0,\ 6)$. Assim, as caixas de som estão localizadas em $M=(0,\ 3)$ e $N=(4,\ 6)$.
Sendo $P=(x,\ 0)$ temos $\overrightarrow{MP}=(x,-3)$ e $\overrightarrow{NP}=(x-4,-6)$.
Como $\left|\overrightarrow{MP}\right|=\left|\overrightarrow{NP}\right|$ encontramos $x=\dfrac{43}{8}$.
Resposta: $AP=5{,}38\,\text{m}$.

2) Utilizando um sistema de coordenadas consideremos $A=(a,\ 0)$ e $B=(-a,0)$.
Como $P=(x,y)$ pertence à circunferência de centro na origem e raio a então $\left|\overrightarrow{OP}\right|=a$, ou seja, $x^2+y^2=a^2$.
Temos $\overrightarrow{AP}=(x-a,\ y)$ e $\overrightarrow{BP}=(x+a,\ y)$.
Porém, $(x-a)\cdot(x+a)+y\cdot y=x^2-a^2+y^2=x^2+y^2-a^2=0$.
Assim, AP e BP são perpendiculares.

3) O centro do quadrado é $M=\dfrac{A+C}{2}=(3,\ 5)$ e $\overrightarrow{MC}=C-M=(4,\ 3)$.
Girando esse vetor de 90° nos dois sentidos obtemos $\overrightarrow{MD}=(-3,4)$ e $\overrightarrow{MB}=(3,-4)$.
Assim,
$D=M+\overrightarrow{MD}=(3,\ 5)+(-3,\ 4)=(0,\ 9)$.
$B=M+\overrightarrow{MB}=(3,\ 5)+(3,-4)=(6,\ 1)$.

4a) O ponto M é médio do lado BC do triângulo. Portanto, $M=\dfrac{B+C}{2}$.
Sobre a mediana AM a relação vetorial é $\overrightarrow{AG}=2\cdot\overrightarrow{GM}$, ou seja,
$G-A=2(M-G)=2M-2G=B+C-2G$.
Assim, $3G=A+B+C$, ou seja, $G=\dfrac{A+B+C}{3}$.

4b) Como, pelo item anterior temos $A+B+C=3G$ podemos escrever
$A+B+C=G+G+G$
$A-G+B-G+C-G=0$
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=0$.

Estrada Dona Castorina, 110 Rio de Janeiro - Brasil 22460-320 Fone: 55 21 2529 5000/5284 Fax: 55 21 2512 4115
http://www.impa.br