

## Áreas – Soluções

1) A área do triângulo  $ABX$  pode ser calculada de duas formas:  $\frac{AB \cdot d}{2} = \frac{AX \cdot BP}{2}$ .

Então  $1 \cdot 2 = 5 \cdot BP$ .

$BP = 5/2$ .

2) O círculo inicial tem área  $S = 100\pi$  e perímetro  $2 \cdot \pi \cdot 10 = 20\pi$ .

A figura achatada (ao lado) tem perímetro:

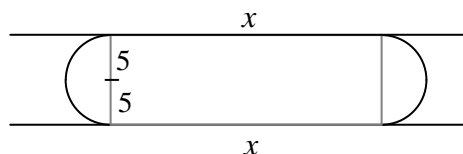
$2x + 2 \cdot \pi \cdot 5 = 20\pi$ .

Portanto,  $x = 5\pi$ .

A área da figura achatada é:

$S' = \pi 5^2 + 5\pi \cdot 10 = 75\pi$ .

A razão pedida é  $\frac{S'}{S} = \frac{75\pi}{100\pi} = \frac{3}{4}$ .



3) Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  as áreas das regiões  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Seja  $T$  a área do triângulo.

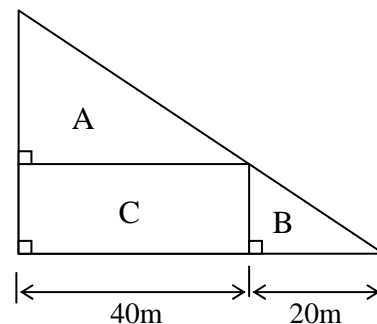
O triângulo  $B$  e o triângulo grande são semelhantes na razão

$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ . Portanto,  $\frac{B}{T} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ , ou seja,  $B = \frac{T}{9}$ .

Os triângulos  $B$  e  $A$  são semelhantes na razão  $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ .

Portanto,  $\frac{B}{A} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ , ou seja,  $A = 4B = \frac{4T}{9}$ .

Assim,  $C = T - \frac{T}{9} - \frac{4T}{9} = \frac{4T}{9}$ .



4) Aqui ( $T$ ) significa a área do triângulo  $T$ .

O argumento mais eficiente é:  $(OAX) + (OXB) = (OAB)$ .

$\frac{1}{2}ax \sin 60^\circ + \frac{1}{2}bx \sin 60^\circ = \frac{1}{2}ab \sin 120^\circ$

Logo,  $x = \frac{ab}{a+b}$

5)

a)  $(APD) + (APB) = (ADB) = (ACB) = (ABP) + (BCP)$ .

Logo,  $(APD) = (BPC)$ .

b) Seja  $(APD) = (BPC) = S$

$\frac{(APD)}{(CPD)} = \frac{AP}{CP} = \frac{(APB)}{(CPB)} \Rightarrow \frac{S}{b^2} = \frac{a^2}{S} \Rightarrow S = ab$

A área do trapézio é  $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$ .