

## Uma aproximação suave para otimização do posto matricial

Ivan Xavier Moura do Nascimento (Unicamp), Sandra Augusta Santos (Unicamp), Jon Lee (Unicamp), Marcia Helena Costa Fampa (Unicamp), Paulo José da Silva e Silva (Unicamp)

### Resumo/Abstract:

Diversas aplicações em estatística e engenharia caracterizam conceitos básicos como ordem, complexidade e dimensão de modelos em termos do posto de matrizes. Frequentemente, o interesse reside nos modelos mais simples possíveis que representem razoavelmente bem determinado fenômeno. Nesses contextos, a busca por tais modelos conduz à minimização de funções expressas em termos do posto de matrizes relacionadas à aplicação. Como exemplos, podemos citar os problemas de Análise de Componentes Principais, do Completamento de Matrizes, da análise de plano de fundo em vídeos e muitos outros. Neste trabalho, abordamos uma aproximação suave para o posto de matrizes e apresentamos alguns testes computacionais com o problema da decomposição de matrizes em parcelas esparsa e de posto reduzido. Iniciamos mostrando que, ao menos para matrizes na bola unitária euclidiana, a soma dos valores singulares de uma matriz é a melhor subaproximação convexa ponto-a-ponto para seu posto. Em outras palavras, mostramos que a norma nuclear é o envelope convexo do posto matricial no conjunto das matrizes com norma espectral menor ou igual a um. Em seguida, utilizando técnicas de otimização convexa, obtemos uma função suave que aproxima a norma nuclear e é expressa em termos da função de Huber aplicada aos valores singulares da matriz cujo posto está sendo aproximado. Dessa forma, obtemos uma aproximação suave que pode substituir o posto matricial na função objetivo e, assim, possibilitar o tratamento do problema com as variadas técnicas de otimização suave. Os testes computacionais com um método quase-Newton ilustram a aplicabilidade da proposta.