

EDPs elípticas e problemas de fronteira livre.

Eduardo Teixeira
(UFC)

O termo fronteira livre em geral está relacionado à transição de fase, mas também inclui importantes problemas em otimização, teoria de superfícies mínimas, probabilidade, matemática financeira, dentre muitos outros. Um exemplo típico seria prescrever uma determinada EDP elíptica, $L_1 u = 0$, a ser satisfeita sempre que $u > 0$ e outra EDP elíptica na região de negatividade de u . Ainda gostaríamos de prescrever uma condição de transição de fase, ao longo da interface $\{u=0\}$. Observe que as regiões onde as equações devem ser satisfeitas bem com a interface entre elas são, a princípio, desconhecidas. Por exemplo, o modelo para problema de transição entre água e gelo, a fronteira que separa as fases não está fixada e a princípio é desconhecida.

Ferramentas matemáticas revolucionárias têm sido desenvolvidas para fomentar o estudo de tais problemas. Observamos por exemplo que a princípio não é possível garantirmos que a fronteira livre seja uma superfície regular e assim, inicialmente problemas de fronteira livre exigem formulações fracas, em geral suportadas pela linguagem da teoria geométrica da medida: a arte de fazer geometria diferencial em conjuntos meramente mensuráveis. Resultados estruturais de regularidade completam a ponte entre teoria de existência de soluções fraca e soluções clássicas.