Minicurso: Teoria dos Números

Diego Marques

O objetivo desse minicurso é introduzir alguns métodos para demonstrações de irracionalidade (do clássico ao conteporâneo), como também apresentar um pouco sobre a história rica e intrigante dos números transcendentes.

Aula 1: IRRACIONALIDADE DE $\sqrt{2}$.

Daremos algumas demonstrações da irracionalidade de $\sqrt{2}$ usando ferramentas como frações contínuas, princípio da boa ordenação, geometria e equações de Pell.

Aula 2: IRRACIONALIDADE DE e.

Provaremos a irracionalidade da constante de Euler usando sua poderosa série de Taylor, séries alternadas, frações contínuas e um pouco de topologia.

Aula 3: MÉTODO DE HERMITE.

Introduziremos o método de Hermite que é relacionado a aproximação de funções analíticas por funções racionais. Como aplicação, provaremos que π e e^r são irracionais, para todo r racional não nulo.

Aula 4: IRRACIONALIDADE DE $\zeta(3)$.

Em 1978, no Journées Arithmétiques de Marseille-Luminy, R. Apéry deixou vários matemáticos curiosos e desconfiados com o título de sua palestra *"Sur l'irrationalité de $\zeta(3)$"*. No entanto, ele apresentou de fato uma demonstração completa para a irracionalidade de $\zeta(3)$, mas haviam tantas tecnicalidades que muitos na platéia continuaram incrédulos (até hoje tal demonstração é chamada de miraculosa). No ano seguinte, F. Beukers (que estava na platéia de Apéry) exibiu uma demonstração bem mais elementar para este fato e esta será apresentada nessa aula.

Aula 5: NÚMEROS TRANSCENDENTES: NÚMEROS DE LIOUVILLE E A TRANSCENDÊNCIA DE e.

A teoria dos números transcendentes foi originada por Liouville em sua famosa memória de 1844 na qual ele obteve, pela primeira vez, uma classe de números que não satisfazem nenhuma equação algébrica com coeficientes inteiros. Nessa aula apresentaremos os números de Liouville e a transcendência e e. Por fim, alguns problemas em aberto serão discutidos.