

## Álgebra 2 - 2015 - Lista 10

Para ser entregue no dia 26 de outubro de 2015

1. Seja  $k$  um corpo algebricamente fechado,  $C_1$  e  $C_2 \subset k^2$  curvas algébricas afins,  $\varphi : C_1 \rightarrow C_2$  um morfismo e  $\varphi^* : A(C_2) \rightarrow A(C_1)$  o homomorfismo de  $k$ -álgebras induzido.  
Mostre que  $\varphi^*$  é injetor se e somente se  $f$  é dominante (i.e.,  $f(C_1)$  é denso em  $C_2$ ).
2. Seja  $k$  um corpo algebricamente fechado,  $C = V(x^2 + y^2 - 1) \subset k^2$  e  $\varphi = \frac{1-y}{x} \in K(C)$ . Determine os pontos de  $C$  onde  $\varphi$  é regular.
3. (a) Seja  $k$  um corpo e  $K = k(x, y)$ , onde  $x$  e  $y$  satisfazem à equação  $y^2 = x^3 + x^2$ . (I.e.,  $K$  é o corpo quociente de  $k[x, y]/(y^2 - x^3 - x^2)$ .) Mostre que  $K|k$  é puramente transcendente.  
(b) Seja  $k$  um corpo e  $K = k(x, y)$ , onde  $x$  e  $y$  satisfazem à equação  $y^2 = x^3$ . (I.e.,  $K$  é o corpo quociente de  $k[x, y]/(y^2 - x^3)$ .) Mostre que  $K|k$  é puramente transcendente.