# Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

## PAPMEM - Julho 2012

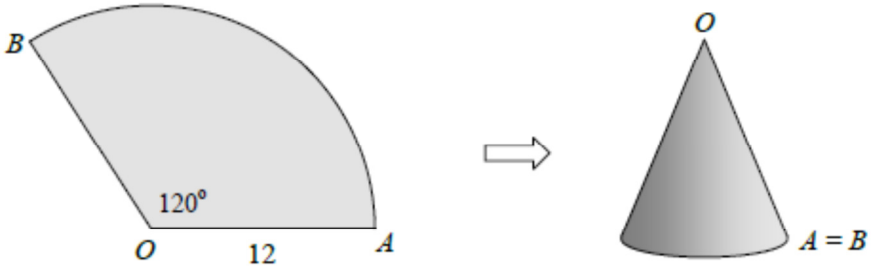
**Retas e Planos**

**Professor Paulo Cezar Carvalho**

**Exercícios**

1. (Exame de acesso ao PROFMAT – 2012)

Pedro recorta em uma folha de papel um setor circular $OAB$ de raio 12cm e ângulo de $120^\circ$. Juntando e colando os raios $OA$ e $OB$ ele faz um cone como mostra a figura abaixo.




A altura desse cone é, aproximadamente:

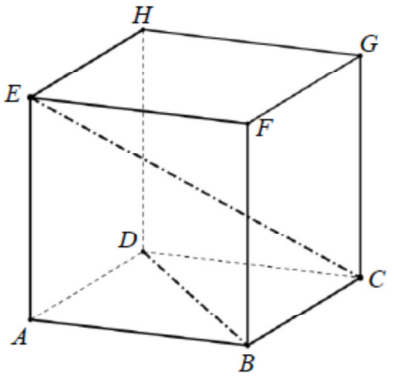
A) 9,6cm
B) 10,4cm
C) 10,8cm
D) 11,3cm *
E) 11,7cm

2.

A figura abaixo mostra o cubo $ABCD$-$EFGH$ de aresta $a$.

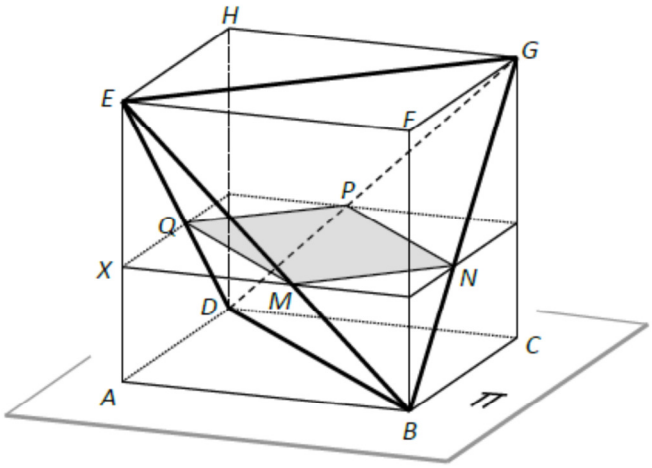
(1,0) (a) Mostre que as retas $DB$ e $EC$ são ortogonais.

(1,0) (b) Calcule o comprimento da perpendicular comum entre $DB$ e $EC$.



3.

Na figura abaixo, $ABCDEFGH$ é um cubo de aresta 1. $AE, BF, CG$ e $DH$ são arestas e a face $ABCD$ está contida em um plano horizontal $\Pi$. Seja $T$ o tetraedro $BDEG$. Seja $X$ um ponto da aresta $AE$ (diferente de $A$ e de $E$) e $\Pi'$ o plano paralelo a $\Pi$ que passa por $X$. A intersecção de $\Pi'$ com $T$ é o quadrilátero $MNPQ$, como mostrado na figura.

(a) (**5pts**) Mostre que $MNPQ$ é um retângulo.

(b) (**5pts**) Mostre que o perímetro de $MNPQ$ é igual a $2\sqrt{2}$, independentemente do ponto $X$.